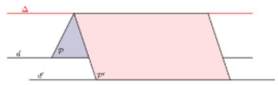
Mercredi 8 novembre 2023

Note : ………/10	**Test connaissances n°3 – sujet A**	Nom : Classe : TSpé

1. Soient $A(x_A\ ;\ y_A\ ;\ z_A)$ et B$(x_B\ ;\ y_B\ ;\ z_B)$ deux points de l'espace. Donner la formule des composantes du vecteur $\overrightarrow{AB}$ $\overrightarrow{AB}$ a pour composantes $(x_B - x_A\ ;\ y_B - y_A\ ;\ z_B - z_A)$	/1
2. Donner le terme général u_n : (0,5 pt par expression) a) d'une suite géométrique de raison q avec pour terme initial u_0 : $u_n = u_0 \times q^n$ b) d'une suite géométrique de raison q avec pour terme initial u_1 : $u_n = u_1 \times q^{n-1}$	/1
3. Donner la définition d'un plan de l'espace Le plan (ABC) est l'ensemble des points M tels que $\overrightarrow{AM} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC}$, où $x \in \mathbb{R}$, $y \in \mathbb{R}$	/1
4. Donner la définition d'une suite croissante Une suite (un) est croissante si pour tout entier naturel n : $u_n \leq u_{n+1}$	/1
5. Citer le théorème du toit Soient d et d', deux droites de l'espace qui sont parallèles. Soient P et P' deux plans de l'espace contenant respectivement d et d'. Si P et P' sont sécants alors leur droite d'intersection est parallèle à d et d'. 	/1
6. Citer le théorème de comparaison des suites (u_n) et (v_n) sont deux suites. Si pour tout entier naturel $n \geq n_0$ • $u_n \leq v_n$ et $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = +\infty$ alors $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n = +\infty$ • $u_n \leq v_n$ et $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n = -\infty$ alors $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = -\infty$	/1
7. Compléter : (0,5 pt par limite) $\lim\limits_{n\to+\infty} n^{17} = +\infty$ $\quad\quad$ $\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{1}{n^4} = 0$	/1
8. Citer la propriété de coplanarité des vecteurs de l'espace Soient $\vec{u}, \vec{v}$ et $\vec{w}$ trois vecteurs de l'espace tels que $\vec{u}$ et $\vec{v}$ ne sont pas colinéaires. Les vecteurs $\vec{u}, \vec{v}$ et $\vec{w}$ sont coplanaires si et seulement s'il existe des réels λ et μ tels que $\vec{w} = \lambda\vec{u} + \mu\vec{v}$	/1
9. Soit (u_n) la suite définie sur $\mathbb{N}^*$ par $u_n = -5 + \frac{\sin(n)}{n}$ 1. Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}^*, -5 - \frac{1}{n} \leq u_n \leq -5 + \frac{1}{n}$, 0,5 pt pour l'inégalité 2. En déduire la limite de la suite (u_n), 1,5pts pour cette question 1. Pour tout entier $n \in \mathbb{N}^*$, $-1 \leq \sin(n) \leq 1$ donc $-\frac{1}{n} \leq \frac{\sin(n)}{n} \leq \frac{1}{n}$ et $-5 - \frac{1}{n} \leq u_n \leq -5 + \frac{1}{n}$ 2. On pose $v_n = -5 - \frac{1}{n}$ et $w_n = -5 + \frac{1}{n}$, or $v_n \leq u_n \leq w_n$, pour tout entier $n \in \mathbb{N}^*$ Et $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n = \lim\limits_{n\to+\infty} w_n = -5$, d'après le théorème des gendarmes, $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = -5$	/2

Mercredi 8 novembre 2023

Note : ………/10	**Test connaissances n°2 – sujet B**	Nom : Classe : TSpé

1. Soient $A(x_A\ ;\ y_A\ ;\ z_A)$ et B$(x_B\ ;\ y_B\ ;\ z_B)$ deux points de l'espace.
Donner la formule des coordonnées du milieu I du segment [AB].

I a pour coordonnées $\left(\frac{x_A+x_B}{2}\ ;\ \frac{y_A+y_B}{2}\ ;\ \frac{z_A+z_B}{2}\right)$

/1

2. Donner le terme général u_n : (0,5 pt par expression)
a) d'une suite arithmétique de raison r avec pour terme initial u_0 : $u_n = u_0 + nr$
b) d'une suite arithmétique de raison r avec pour terme initial u_1 : $u_n = u_1 + (n-1)r$

/1

3. Donner la définition d'une suite majorée
On dit qu'une suite (u_n) définie sur ℕ est majorée s'il existe M ∈ ℝ tel que pour tout n ∈ ℕ, $u_n \leq M$, on dit que M est un majorant de la suite (u_n).

/1

4. Donner la définition d'une suite décroissante
Une suite (u_n) est décroissante si pour tout entier naturel n : $u_n \geq u_{n+1}$

/1

5. Compléter :
$\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} = 0 \qquad \lim\limits_{n\to+\infty} n^7 = +\infty$

/1

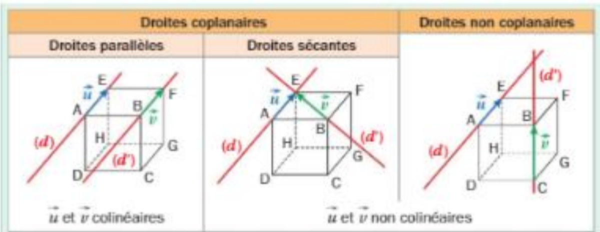
6. Citer le théorème d'encadrement ou des gendarmes
$(u_n), (v_n)$ et (w_n) sont trois suites.
Si pour tout entier naturel $n \geq n_0$, $u_n \leq v_n \leq w_n$ et si les suites (u_n) et (w_n) convergent vers la même limite L alors la suite (v_n) converge vers L

/1

7. Donner la définition d'une droite de l'espace
La droite (AB) est l'ensemble des points M tels que $\overrightarrow{AM} = k\overrightarrow{AB}$, où k ∈ ℝ
$\overrightarrow{AB}$ s'appelle un vecteur directeur de la droite (AB)

/1

8. Donner les positions relatives de deux droites dans l'espace



/1

9. Soit (v_n) la suite définie sur ℕ par $v_n = -\sqrt{n} - \cos(2n)$

1. Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $v_n \leq -\sqrt{n} + 1$; 0,5 pt pour l'inégalité
2. En déduire la limite de la suite (v_n) ; 1,5pts pour cette question

1. Comme pour tout $n \in \mathbb{N}$, $-1 \leq \cos(2n) \leq 1$, alors $-1 \leq -\cos(2n) \leq 1$ et donc
$$-\sqrt{n} - 1 \leq -\sqrt{n} - \cos(2n) \leq -\sqrt{n} + 1$$
2. On pose $u_n = -\sqrt{n} + 1$, or pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n \leq v_n$ et $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n = -\infty$
Alors d'après le théorème de comparaison : $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = -\infty$

/2