Mercredi 15 novembre 2023

Limites de suites	**Contrôle de mathématiques n°3 – 1h** Avec calculatrice	Nom : Classe : TSpé

<u>Exercice 1</u> : *(10 pts)* Déterminer les limites suivantes, par une méthode appropriée.

a) $\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{-6n^3+4n^2-7}{2n^3+5n-4}$

b) $\lim\limits_{n\to+\infty} (n^2+2)\left(\frac{2}{n}-3\right)$

c) $\lim\limits_{n\to+\infty} 3+\frac{7}{n+1}$

d) $\lim\limits_{n\to+\infty} 6n^2-5n+\frac{1}{n}$

e) $\lim\limits_{n\to+\infty} \sqrt{n^3+3}-\sqrt{n^3}$

f) $\lim\limits_{n\to+\infty} 7n+\sin(2n)$

<u>Exercice 2 :</u> *(4 pts)*

(u_n) est la suite définie pour tout entier naturel $n \geq 1$, par $u_n = \frac{1}{n}\sqrt{n^2+4}$

1) Expliquer pourquoi on ne peut déterminer la limite de cette suite directement par les opérations sur les limites ?
2) Montrer que pour tout n ; $n^2 \leq n^2+4 \leq (n+2)^2$
3) En déduire que pour tout $n \geq 1$; $1 \leq u_n \leq 1+\frac{2}{n}$
4) En déduire la limite de la suite (u_n)

<u>Exercice 3 :</u> *(6 pts)*

Dans chacun des cas suivants, dire si l'affirmation est vraie ou fausse et justifier votre réponse.
Pour une affirmation vraie avec une démonstration et pour une affirmation fausse avec un contre-exemple.

On considère une suite (u_n), définie sur $\mathbb{N}$ telle que $u_n \neq 0, \forall n \in \mathbb{N}$.

On définit la suite (v_n) sur $\mathbb{N}$ telle que $v_n = -\frac{2}{u_n}$

a) Si (u_n) est convergente alors (v_n) est convergente.

b) Si (u_n) est minorée par 2 alors (v_n) est minorée par -1.

c) Si (u_n) est décroissante alors (v_n) est croissante.

d) Si (u_n) est divergente alors (v_n) converge vers zéro.