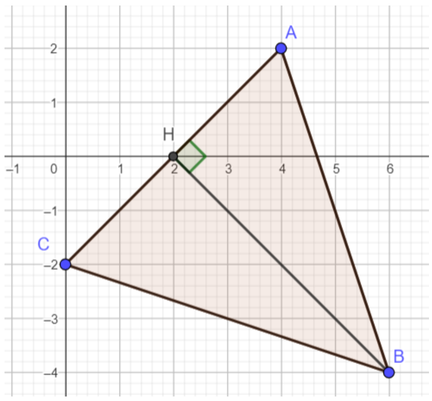
Mercredi 6 décembre 2023

Repérage *Géométrie*	**Corrigé du Contrôle de mathématiques n°4**	Nom : Classe : Seconde 1

<u>Cours :</u> *(2 pts)* - 5 min

1. Soient $A(x_A, y_A)$ et $B(x_B, y_B)$, donner les coordonnées du milieu I de [AB]. $I\left(\frac{x_A+x_B}{2}\ ;\ \frac{y_A+y_B}{2}\right)$
2. Dans un triangle ABC rectangle en A, donner la formule de $\sin\widehat{ACB}$: $\sin\widehat{ACB} = \frac{AB}{BC}$
3. Donner la formule du lien entre cosinus et sinus : $cos^2x + sin^2x = 1$
4. Donner le volume d'un cône de rayon R et de hauteur h : $V = \frac{\pi R^2 h}{3}$

<u>Exercice 1</u> : *(4 pts)* - 10 min



1. Dans le repère ci-contre, placer les points suivants :

$A(4\ ;\ 2), B(6\ ; -4)$ et $C(0\ ;\ -2)$

2. Calculer les distances AB, AC et BC.

$$AB = \sqrt{(6-4)^2 + (-4-2)^2} = \sqrt{4+36} = \sqrt{40}$$

$$AC = \sqrt{(0-4)^2 + (-2-2)^2} = \sqrt{16+16} = \sqrt{32}$$

$$BC = \sqrt{(0-6)^2 + (-2+4)^2} = \sqrt{36+4} = \sqrt{40}$$

3. Quelle est la nature du triangle ABC ? Justifiez la réponse.

Comme AB = BC ≠ AC alors le triangle ABC est isocèle en B.

Et comme AC est inférieur aux deux autres côtés, le triangle ne pourra pas être rectangle. Car AC devrait être l'hypoténuse et donc le côté le plus grand.

4. Calculer les coordonnées de H milieu du segment [AC].

H a pour coordonnées $\left(\frac{x_A+x_C}{2}\ ;\ \frac{y_A+y_C}{2}\right) = \left(\frac{4+0}{2}\ ;\ \frac{2+(-2)}{2}\right) = (2\ ; 0)$

On admet que BH est la hauteur du triangle ABC issue de B

5. Calculer l'aire du triangle ABC.

On calcule la hauteur BH :

$$BH = \sqrt{(2-6)^2 + (0+4)^2} = \sqrt{16+16} = \sqrt{32}$$

Aire du triangle ABC :

$$A = \frac{Base \times Hauteur}{2} = \frac{AC \times BH}{2} = \frac{\sqrt{32} \times \sqrt{32}}{2} = \frac{32}{2} = 16\ u.a$$

<u>Exercice 2</u> : *(2 pts)* – 5 min

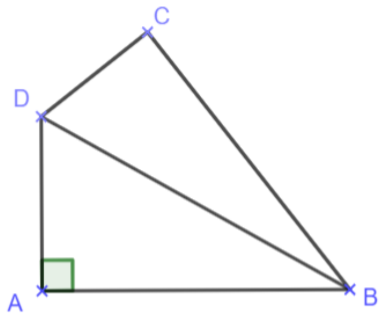
A quels ensembles appartiennent les nombres ? Cocher toutes les cases possibles.

Nombre	$\mathbb{N}$	$\mathbb{D}$	$\mathbb{Q}$	$\mathbb{Z}$
-57,9349		X	X	
π				
2/6			X	
$\sqrt{64}$	X	X	X	X

<u>**Exercice 3 :**</u> *(8 pts)* 15 min

Le quadrilatère ABCD représente un terrain à bâtir avec $\widehat{BAD} = 90°$.

AB = 20m ; BD = 25m ; BC = 24m ; CD = 7m



1) Démontrer que le triangle BCD est rectangle en C.

On calcule :

$$CB^2 + CD^2 = 24^2 + 7^2 = 576 + 49 = 625$$
$$BD^2 = 25^2 = 625$$

Comme $CB^2 + CD^2 = BD^2$ alors le triangle BCD est rectangle en C d'après la réciproque du théorème de Pythagore.

2) Quel est le projeté orthogonal de D sur la droite (BC) ?

Comme (CD) et (CB) sont perpendiculaires alors C est le projeté orthogonal de D sur (CB)

3) Donner la distance du point D à la droite (BC).

Comme C est le projeté orthogonal de D sur (CB) alors DC est la distance de D à la droite (CB)
Comme CD=7m ainsi la distance de D à la droite est de 7m.

4) Calculer la mesure en degrés de l'angle $\widehat{ABD}$. Arrondir au degré.

Dans le triangle ABD rectangle en A, $cos\widehat{ABD} = \frac{AB}{BD} = \frac{20}{25} = 0{,}8$ donc $\widehat{ABD} = \arccos(0{,}8) \approx 37°$

5) Calculer la mesure de l'angle $\widehat{ABC}$. Arrondir au degré.

On commence par calculer l'angle $\widehat{DBC}$:
Dans le triangle DBC, rectangle en C, $cos\widehat{DBC} = \frac{BC}{BD} = \frac{24}{25} = 0{,}96$ donc $\widehat{ABD} = \arccos(0{,}96) \approx 16°$
Or $\widehat{ABC} = \widehat{ABD} + \widehat{DBC} = 37 + 16 = 53°$

<u>**Exercice 4**</u> : *(4 pts)* 10 min

On sait que $\sin(x) = \frac{2}{3}$

1) Calculer $\cos(x)$. On laisse la réponse sous forme d'un racine carrée simplifiée.

   On sait que $cos^2x + sin^2x = 1$, donc $cos^2x + \left(\frac{2}{3}\right)^2 = 1$, soit $cos^2x = 1 - \frac{4}{9} = 5/9$

   Donc $\cos x = \sqrt{\frac{5}{9}} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{9}} = \frac{\sqrt{5}}{3}$

2) Calculer $\tan(x)$.

On sait que $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{\frac{2}{3}}{\frac{\sqrt{5}}{3}} = \frac{2}{3} \times \frac{3}{\sqrt{5}} = \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{2}{5}\sqrt{5}$

<u>**BONUS**</u> : *(2 pts)*

Soit G le symétrique du point H(-3 ; 6) par la symétrie de centre I(4 ; -2).
Calculer les coordonnées du point G.

Comme G est le symétrique de H par la symétrie de centre I alors I est le milieu de [GH].
On obtient le système de coordonnées

$$\begin{cases} x_I = \dfrac{x_G + x_H}{2} \\ y_I = \dfrac{y_G + y_H}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4 = \dfrac{-3 + x_G}{2} \\ -2 = \dfrac{6 + y_G}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8 = -3 + x_G \\ -4 = 6 + y_G \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_G = 11 \\ y_G = -10 \end{cases}$$

Ainsi G a pour coordonnées (11 ; -10)