



Vendredi 09 février 2024

Espace Probabilités	Contrôle de mathématiques n°5 – 105 min Avec calculatrice	Nom : Classe : TSpé
------------------------	---	------------------------

Exercice 1 : 10 pts

Une entreprise de location de bateaux de tourisme propose à ses clients deux types de bateaux : bateaux à voile et bateaux à moteur.

Par ailleurs, un client peut prendre l'option PILOTE. Dans ce cas, le bateau, qu'il soit à voile ou moteur, est loué avec un pilote.

On sait :

- 60% des clients choisissent un bateau à voile ; parmi eux, 20% prennent l'option PILOTE.
- 42% des clients prennent l'option PILOTE.

On choisit au hasard un client et on considère les événements :

- V : « le client choisit un bateau à voile »
- L : « le client prend l'option PILOTE ».

Les trois parties peuvent être traitées de manière indépendante.

Partie A

1. Traduire la situation par un arbre pondéré que l'on complétera au fur et à mesure.
2. Calculer la probabilité que le client choisisse un bateau à voile et qu'il ne prenne pas l'option PILOTE.
3. Démontrer que la probabilité que le client choisisse un bateau à moteur et qu'il prenne l'option PILOTE est égale à 0,30.
4. En déduire $P_{\bar{V}}(L)$, probabilité de L sachant que V n'est pas réalisé.
5. Un client a pris l'option PILOTE.

Quelle est la probabilité qu'il ait choisi un bateau à voile ? Arrondir à 0,01 près.

Partie B

Lorsqu'un client ne prend pas l'option PILOTE, la probabilité que son bateau subisse une avarie est égale à 0,12. Cette probabilité n'est que de 0,005 si le client prend l'option PILOTE.

On considère un client. On note A l'événement : « son bateau subit une avarie »

1. Déterminer $P(L \cap A)$ et $P(\bar{L} \cap A)$.
2. L'entreprise loue 1 000 bateaux. A combien d'avaries peut-elle s'attendre ?

Partie C

On rappelle que la probabilité qu'un client prenne l'option PILOTE est égale à 0,42.

On considère un échantillon aléatoire de 40 clients. On note X la variable aléatoire comptant le nombre de clients de l'échantillon prenant l'option PILOTE.

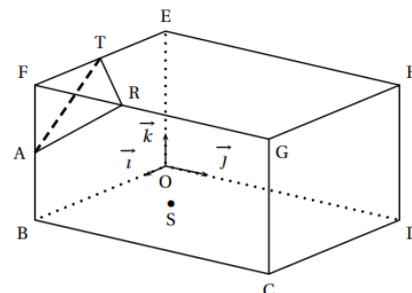
1. Quelle est la loi suivie par la variable aléatoire X ? Donner ses paramètres. Justifier la réponse.
2. Calculer la probabilité, arrondie à 10^{-3} , qu'exactly 30 clients prennent l'option PILOTE.
3. Calculer la probabilité, arrondie à 10^{-3} , qu'au moins 15 clients prennent l'option PILOTE.

Exercice 2: 10 pts

Une exposition d'art contemporain a lieu dans une salle en forme de pavé droit de largeur 6m, de longueur 8m et de hauteur 4m.

Elle est représentée par le parallélépipède rectangle OBCDEFGH où $OB = 6\text{m}$, $OD = 8\text{m}$ et $OE = 4\text{m}$.

On utilise le repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ tel que $\vec{i} = \frac{1}{6}\overrightarrow{OB}$, $\vec{j} = \frac{1}{8}\overrightarrow{OD}$ et $\vec{k} = \frac{1}{4}\overrightarrow{OE}$.

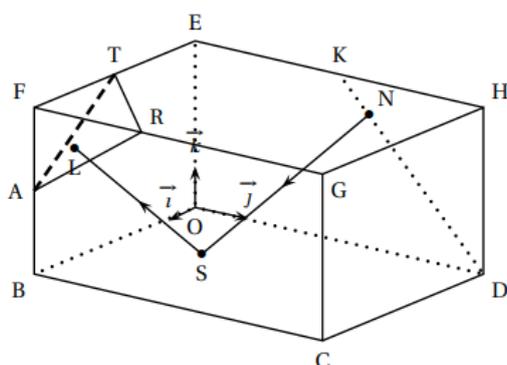


Une des œuvres exposées est un triangle de verre représenté par le triangle ART qui a pour sommets $A(6; 0; 2)$, $R(6; 3; 4)$ et $T(3; 0; 4)$. Enfin S est le point de coordonnées $(3; \frac{5}{2}; 0)$.

1. a) Vérifier que le triangle ART est isocèle en A.
 b) Calculer le produit scalaire $\overrightarrow{AR} \cdot \overrightarrow{AT}$.
 c) En déduire une valeur approchée à 0,1 degré près de l'angle \widehat{RAT} .
2. a) Justifier que le vecteur $\vec{n} \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}$ est un vecteur normal au plan (ART).
 b) En déduire une équation cartésienne du plan (ART).
3. Un rayon laser dirigé vers le triangle ART est émis du plancher à partir du point S. On admet que ce rayon est orthogonal au plan (ART).
 a. Soit Δ la droite orthogonale au plan (ART) passant par S.
 Justifier que le système ci-dessous est une représentation paramétrique de la droite Δ .

$$\begin{cases} x = 3 + 2k \\ y = \frac{5}{2} - 2k \\ z = 3k \end{cases}, \text{ avec } k \in \mathbb{R}.$$

- b. Soit L le point d'intersection de la droite Δ et du plan (ART).
 Calculer les coordonnées du point L.
4. L'artiste installe un rail représenté par le segment [DK] où K est le milieu du segment [EH].
 Sur ce rail, il positionne une source lumineuse laser en un point N du segment [DK] et il oriente ce second rayon laser vers le point S.



- a. Montrer que, pour tout réel t de l'intervalle $[0; 1]$, le point N de coordonnées $(0; 8 - 4t; 4t)$ est un point du segment [DK].
- b. Calculer les coordonnées exactes du point N tel que les deux rayons laser représentés par les segments [SL] et [SN] soient perpendiculaires.