# CHAPITRE VIII : SUCCESSION D'ÉPREUVES INDÉPENDANTES

## RAPPEL :

L'**espérance de $X$** est :
$E(X) = p_1 \times x_1 + \ldots + p_n \times x_n = \sum_{i=1}^{n} p_i \times x_i$.

La **variance de $X$** est $V(X) = \sum_{i=1}^{n} p_i (x_i - E(X))^2$

L'**écart type de $X$** est $\sigma(X) = \sqrt{V(X)}$.

La **probabilité de B sachant A** est égale à :

$P_A(B) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(A)}$.

On a donc :

$P(A \cap B) = P(A) \times P_A(B)$.

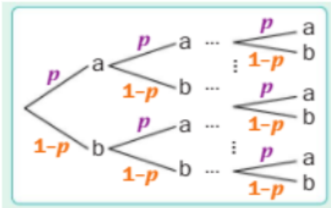
Si $A_1, A_2, \ldots, A_n$ constituent une partition de $\Omega$, la **formule des probabilités totales** s'écrit :

$P(B) = \sum_{i=1}^{n} P(A_i \cap B)$.

### Probabilité d'une issue

Lors d'une succession de $n$ épreuves indépendantes, la probabilité d'une issue $(x_1, \ldots, x_n)$ est égale au produit des probabilités de ses composantes $x_i$

<u>Cas particulier</u> : Lors d'une succession de $n$ épreuves indépendantes et identiques à deux issues, dont l'une est de probabilité $p$, la probabilité d'une issue lorsque l'issue de probabilité p apparaît $k$ fois est :




$$P(issue\ qui\ apparaît\ k\ fois) = p^k(1-p)^{n-k}$$

### Théorème

Soit une variable aléatoire $X$ suivant une loi de Bernoulli de paramètre $p$.

Son espérance est : $E(X) = p$, sa variance est : $V(X) = p(1-p)$et son écart-type est : $\sigma(X) = \sqrt{p(1-p)}$.

### Définition d'un schéma de Bernoulli

Un **schéma de Bernoulli** de paramètres n et p est une succession de $n$ épreuves de Bernoulli identiques (de mêmes issues) et indépendantes (de même paramètre $p$).

Une issue est une liste de $n$ lettres prises parmi $s$(succès) et $e$(échec) du type : $(s, e, s, s, e, e, e, \ldots, s)$

L'univers de cette expérience est $\Omega = \{s, e\}^n$

### Définition de la loi binomiale de paramètres n et p

On considère un schéma de Bernoulli constitué de n épreuves où la probabilité du succès est p.
X est la variable aléatoire qui donne le nombre de succès lors de ces n épreuves.
La loi de probabilité de la variable aléatoire X est appelée loi binomiale de paramètres n et p, notée $\mathcal{B}$(n,p)

### Théorème

X est une variable aléatoire qui suit la loi binomiale de paramètres n et p alors, pour tout nombre entier naturel k tel que $0 \leq k \leq n$, $P(X = k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$

### Propriété (admise)

X est une variable aléatoire qui suit la loi binomiale de paramètres n et p alors, pour tout nombre entier naturel k tel que $0 \leq k \leq n$, $P(X \leq k) = 1 - P(X > k)$ et $P(X \geq k) = 1 - P(X < k)$