Vendredi 22 mars 2024

Fonctions	**Corrigé du Contrôle n°7** **SANS** calculatrice – 50 min	Nom : Classe : Seconde ……

<u>Cours :</u> *(1 pt) – 2min*

a) Donner la définition de la valeur absolue d'un nombre x.

La valeur absolue d'un nombre réel x est sa distance à zéro. On note : $|x| = dist(x\,;0)$

b) Donner la définition d'une fonction paire.

Une fonction est paire lorsque pour tout réel $x \in D_f$, $f(-x) = f(x)$

<u>Exercice 1</u> : *(1 pts) – 5min*

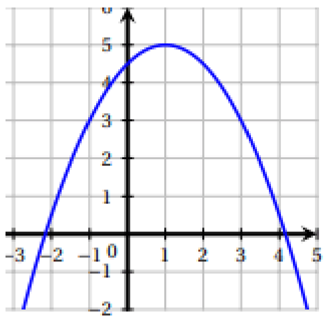
Calculer a) $2|-5-3| - |7-4| = 2 \times |-8| - |3| = 2 \times 8 - 3 = 13$

b) $|3-\sqrt{10}| = -(3-\sqrt{10}) = -3+\sqrt{10}$ car $3-\sqrt{10} < 0$ en effet $3 = \sqrt{9} < \sqrt{10}$.

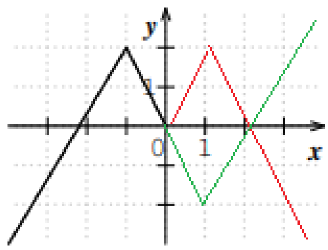
<u>Exercice 2 :</u> *(3 pts) – 8min*

1. Quelle est la parité de la fonction suivante ? Justifier

La fonction n'est pas paire car la courbe n'est pas symétrique par rapport à l'axe (Oy).
La fonction n'est pas impaire car $f(0) \neq 0$



2. Compléter
a) en rouge cette courbe de sorte que la fonction soit paire.
b) en vert cette courbe de sorte que la fonction soit impaire.



2. Quelle est la parité de la fonction suivante ? Justifier : $f(x) = \frac{x^3}{1+x^4}$

On calcule : $f(-x) = \frac{(-x)^3}{1+(-x)^4} = \frac{-x^3}{1+x^4} = -\frac{x^3}{1+x^4} = -f(x)$ donc la fonction est impaire.

<u>Exercice 3 :</u> *(3 pts) – 5min*

On considère la fonction définie par : $f(x) = \frac{2x-7}{x^2+1}$

a) Calculer l'image de $\frac{1}{4}$.

$$f\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{2 \times \frac{1}{4} - 7}{\left(\frac{1}{4}\right)^2 + 1} = \frac{\frac{1}{2} - 7}{\frac{1}{16} + 1} = \frac{-\frac{13}{2}}{\frac{17}{16}} = -\frac{13}{2} \times \frac{16}{17} = -\frac{13 \times 8}{17} = -\frac{104}{17}$$

b) Calculer le ou les antécédent(s) de 0.

On cherche à résoudre $f(x) = 0$ soit $\frac{2x-7}{x^2+1} = 0$

C'est une équation-quotient. Un quotient est nul lorsque son numérateur est nul et son dénominateur est non nul.

$\begin{cases} 2x - 7 = 0 \\ x^2 + 1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{7}{2} \\ x^2 \neq -1 \end{cases}$ or x^2 est positif donc toujours différent de -1.

Il y a une seule solution $x = \frac{7}{2}$. Ainsi 0 n'a qu'un seul antécédent $x = \frac{7}{2}$.

Exercice 4 : *(4 pts) – 15 min*
Un congélateur est débranché. Sa température intérieure est de 20°C.
Lorsqu'on le branche, la température descend de 1°C toutes les dix minutes.

1. Quelle est la température à l'intérieur du congélateur au bout d'une 1h ? de 2h30min ?

Au bout de 1h, soit 60 min, la température est : $T = 20 - 6 \times 1 = 20 - \frac{60}{10} \times 1 = 14$.

Au bout de 1h, la température est de 14°C.

Au bout de 2h30 soit 150 min, la température est : $T = 20 - 15 \times 1 = 20 - \frac{150}{10} \times 1 = 5$.

Au bout de 2h30, la température est de 5°C.

2. Donner la température à l'intérieur du congélateur en fonction du temps x.

La température est : $T(x) = 20 - \frac{x}{10}$ où x est la température en minutes.

3. Au bout de combien de temps, la température devient-elle négative ?

La température devient négative lorsque $T(x) \leq 0$, on résout :
$20 - \frac{x}{10} \leq 0$ soit $x \geq 200$
Donc au bout de 200 min = 3h 20min, la température devient négative.

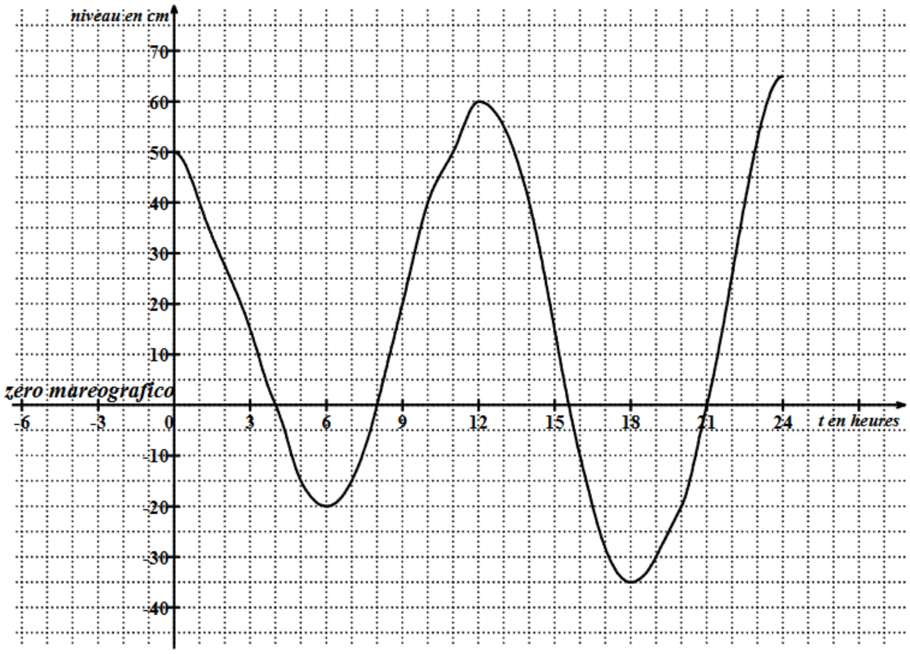
4. Au bout de combien de temps, le congélateur atteint-il la température normale de congélation de -18°C ?

On résout : $T(x) = -18$ soit $20 - \frac{x}{10} = -18 \Leftrightarrow \frac{x}{10} = 38 \Leftrightarrow x = 380min = 6h20\ min$.
Au bout de 6h20min, le congélateur atteint la température normale de congélation.

Tourner la page svp

<u>Exercice 5</u> : *(8 pts) – 15min*

Sur la place San Marco à Venise, adossé au Campanile, se trouve un enregistreur de marée.
Pour la journée du 10 octobre 2014, on peut lire le graphique suivant :
À partir du zéro de marée (zero mareografico), on porte en ordonnée la différence de niveau en cm.



Par exemple, à 12h, c'est la marée haute correspondant à une différence de niveau de 60 cm.

On appelle d la fonction qui, à chaque temps t, en heures, associe la différence de niveau d (t) en cm.

La place San Marco est inondée si la différence de niveau est strictement supérieure à 50 cm.

1. Quel est l'ensemble de définition de la fonction d ?
   $D_f = [0\,;24]$

2. a) Que vaut $d(16)$? Par lecture graphique, $d(16) = -10$
   b) Donner l'image de 9. Par lecture graphique, $d(9) = 20$

3. Quels sont les antécédents de 40 ?
   Par lecture graphique, les antécédents de 40 sont : $S = \{1\,;10\,;14\,;22{,}5\}$

4. Résoudre
   a) l'équation $d(t) = -35$ *(laisser les traits de construction en vert)*

Les solutions de $\mathrm{d(t)} = -35$ sont $S = \{18\}$

   b) l'inéquation $d(t) \leq 10$ *(laisser les traits de construction en rouge)*

Les solutions de $d(t) \leq 10$ sont $S = [3{,}5\,;8{,}5] \cup [15{,}2\,;21{,}5]$

5. Sur quels intervalles de temps la place San Marco est-elle inondée ? Justifier.

La place San Marco est inondée si la différence de niveau est strictement supérieure à 50 cm.
Ainsi elle est inondée sur les intervalles : $S =]11\,;13{,}5[\cup]23\,;24]$ lorsque $d(t) > 50$.

6. Si le niveau descend à plus de 20cm en dessous du niveau 0, les petits canaux de la ville ne sont plus navigables. Sur quels intervalles de temps cela arrive-t-il ?

Les canaux ne sont plus navigables sur les intervalles de temps $S = \{6\} \cup [16{,}5\,;20]$ lorsque $d(t) \leq 20$