Mercredi 10 avril 2024

Vecteurs	**Corrigé du Contrôle n°8** **SANS** calculatrice – 50 min	Nom : Classe : Seconde ……

Cours : *(2 pt)*

a) Donner les quatre égalités de vecteurs

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ si et seulement si :

1) Les vecteurs ont les mêmes composantes
2) D est l'image du point C par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$
3) le quadrilatère ABDC est un parallélogramme
4) les vecteurs ont la même direction, le même sens et la même norme

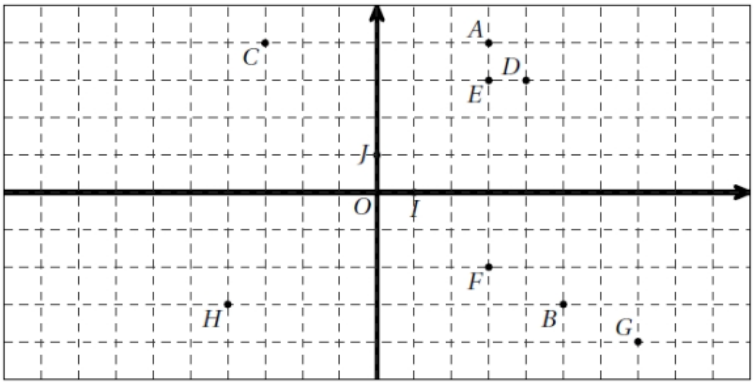
b) Donner les composantes du vecteur $\overrightarrow{AB}$ sachant que $A(x_A\,;\,y_A)$ et $B(x_B\,;\,y_B)$

$\overrightarrow{AB}$ a pour composantes $\binom{x_B - x_A}{y_B - y_A}$.

Exercice 1 : *(3 pts)*

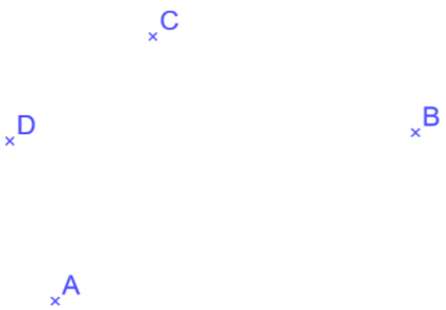
Lire et écrire les composantes des vecteurs suivants

$\overrightarrow{AB}\ (2\,;-7)$
$\overrightarrow{EF}\ (0\,;\,-5)$
$\overrightarrow{HB}\ (9\,;0)$
$\overrightarrow{HA}\ (7\,;7)$
$\overrightarrow{BB}\ (0\,;0)$
$\overrightarrow{BF}\ (-2\,;1)$



Exercice 2 : *(2 pts)*

Laisser les traits de construction

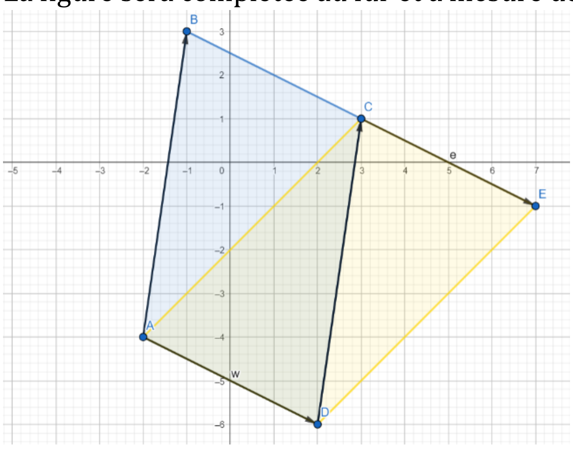


a) Construire le point M image de D par la translation de vecteur $\overrightarrow{CB}$

b) Construire le point N tel que $\overrightarrow{AN} = \overrightarrow{DC}$

Construite le point I tel que $\overrightarrow{CI} = \overrightarrow{IB}$

Exercice 3 : *(6 pts)* Le plan ci-contre est muni d'un repère orthonormé.
La figure sera complétée au fur et à mesure des questions.



1. Placer les points $A(-2\,;\,-4)$; $B(-1\,;3)$; $C(3\,;1)$ et $D(2\,;\,-6)$

2. Calculer les composantes des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DC}$.

$\overrightarrow{AB}\ \binom{-1-(-2)}{3-(-4)} = \binom{1}{7}$ $\qquad$ $\overrightarrow{DC}\ \binom{3-2}{1-(-6)} = \binom{1}{7}$

3. Quelle est la nature du quadrilatère ABCD ? Justifier.

Comme les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DC}$ ont les mêmes composantes alors ils sont égaux. Et comme $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ alors le quadrilatère ABCD est un parallélogramme.

4. Calculer les coordonnées du point E tel que ADEC soit un parallélogramme. Placer le point E.

ADEC est un parallélogramme donc $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CE}$. On pose que E a pour coordonnées $(x\,;y)$.
Les composantes des vecteurs sont
$\overrightarrow{AD}\begin{pmatrix}2+2\\-6+4\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}4\\-2\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CE}\begin{pmatrix}x-3\\y-1\end{pmatrix}$
Comme les vecteurs sont égaux, alors ils ont les mêmes composantes, on obtient le système :

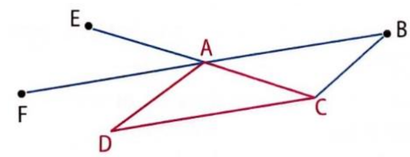
$$\begin{cases}4 = x-3\\-2 = y-1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x = 7\\y = -1\end{cases}$$

Ainsi E a pour coordonnées (7 ; -1)

<u>Exercice 4</u> : *(7 pts)*
On considère un triangle quelconque ADC.
Soit B le point tel que ADCB est un parallélogramme, E et F les symétriques respectifs de C et B par rapport à A.

1. Montrer que EFCB est un parallélogramme

Comme E et F sont les symétriques respectifs de C et B par rapport à A alors A est le milieu des segments [EC] et [FB].
Ainsi les diagonales du quadrilatère EFCB se coupent en leur milieu, c'est donc un parallélogramme.



2. Montrer que $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{EF}$

Comme ADCB est un parallélogramme alors $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$
Comme EFCB est un parallélogramme alors $\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{BC}$
On déduit de ces deux égalités que $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{EF}$.

3. Quelle est la nature du quadrilatère AEFD ? Justifier.

Comme $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{EF}$ alors AEFD est un parallélogramme.

4. Montrer que $\overrightarrow{FD} = \overrightarrow{AC}$

Comme AEFD est un parallélogramme alors $\overrightarrow{FD} = \overrightarrow{EA}$
Comme A est le milieu de [EC] alors $\overrightarrow{EA} = \overrightarrow{AC}$
On déduit de ces deux égalités que $\overrightarrow{FD} = \overrightarrow{AC}$