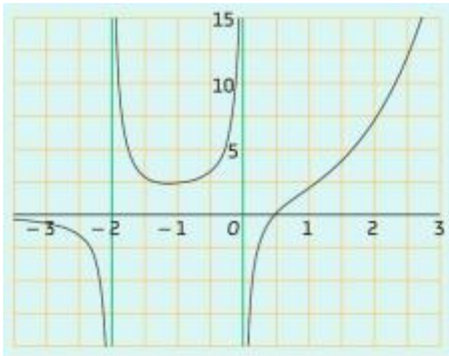
Vendredi 20 septembre 2024

Fonction inverse	**Corrigé du Contrôle n°2 – 1h**	Nom : Classe : TSTI2

<u>Exercice 1</u> : **(3 pts)** Par lecture graphique,

a) Donner l'ensemble de définition de la fonction : $]-\infty\,;\,-2[\,\cup\,]-2\,;0[\,\cup\,]0\,;\,+\infty[$

b) Donner les limites suivantes :



a) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = 0$

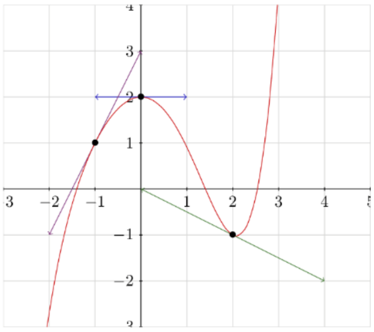
b) $\lim\limits_{x\to0+} f(x) = -\infty$

c) $\lim\limits_{x\to0-} f(x) = +\infty$

d) $\lim\limits_{x\to-2-} f(x) = -\infty$

e) $\lim\limits_{x\to-2+} f(x) = +\infty$

<u>Exercice 2</u> : **(3 pts) Par lecture graphique,**



Donner les valeurs de

a) $f(-1) = 1$; $f(0) = 2$; $f(2) = -1$

b) $f'(-1) = 2$; $f'(0) = 0$; $f'(2) = -\frac{1}{2}$

<u>Exercice 3</u> : (3 pts) Calculer les dérivées des fonctions suivantes

a) $f(x) = 6\sqrt{x} - 11$

$$f'(x) = \frac{6}{2\sqrt{x}} = \frac{3}{\sqrt{x}}$$

b) $g(x) = -5x^7 + 4x^3 - 3x^2 + 2$

$$g'(x) = -35x^6 + 12x^2 - 6x$$

c) $h(x) = 8 - 4x - \frac{11}{x}$

$$h'(x) = -4 + \frac{11}{x^2}$$

<u>Exercice 4</u> : (9 pts)

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}^*$ par $f(x) = x - 7 + \frac{25}{x}$

1. Calculer $f'(x)$

$$f'(x) = 1 - \frac{25}{x^2}$$

2. Montrer que pour tout réel $x \in \mathbb{R}^*$, on a $f'(x) = \frac{(x-5)(x+5)}{x^2}$

$$f'(x) = 1 - \frac{25}{x^2} = \frac{x^2 - 25}{x^2} = \frac{(x-5)(x+5)}{x^2}$$

3. Déterminer le signe de $f'(x)$. Faire le tableau de signes.

   On résout $\begin{cases} x-5 \geq 0 \\ x+5 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 5 \\ x \geq -5 \end{cases}$

   Tableau de signes :

x	$-\infty$		-5		0		5		$+\infty$
$x-5$		$-$		$-$		$-$	0	$+$	
$x+5$		$-$	0	$+$		$+$		$+$	
x^2		$+$		$+$	0	$+$		$+$	
$f'(x)$		$+$	0	$-$	$\|\|$	$-$	0	$+$	

4. En déduire les variations de f. Faire le tableau de variations avec les limites et les justifier.

La fonction est croissante lorsque la dérivée est positive.
La fonction est décroissante lorsque la dérivée est négative.

x	$-\infty$		-5		0		5		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	$\|\|$	$-$	0	$+$	
$f(x)$		$\nearrow$	-17	$\searrow$	$\|\|$ $+\infty$	$\searrow$		$\nearrow$	$+\infty$
	$-\infty$				$-\infty$ $\|\|$		3		

5. Voici une proposition, :
   « Pour tout réel x de $[0{,}1 ; 9]$, on a $f(x) \geq 2$ »
   Cette proposition est-elle vraie ? Justifier la réponse.

Sur l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$, la fonction est décroissante puis croissante, elle admet un minimum en $x = 5$ qui vaut 3 alors toutes les images sont supérieures à 3 donc comme l'intervalle $[0{,}1 ; 9]$ est compris dans l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$ alors [il est vrai que $f(x) \geq 2$ pour tous les réels de l'intervalle $[0{,}1 ; 9]$.

__Exercice 5 : (2 pts)__

Pour la fonction suivante, une valeur a été effacée. Retrouver cette valeur avec l'information donnée. Justifier.

$$f(x) = 2 + \frac{\blacksquare}{x} \qquad \text{Avec l'information :} \qquad f'(1) = -2$$

On sait que $f(x) = 2 + \frac{k}{x}$ avec $k \in \mathbb{R}$, on dérive $f'(x) = -\frac{k}{x^2}$

On remplace x par 1 : $f'(1) = -\frac{k}{1^2} = -k = -2$ donc $k = 2.77$

Ainsi $f(x) = 2 + \frac{2}{x}$