



Fonction exponentielle de base a	Corrigé Contrôle n°2 – 1h Tronc commun : 20 pts Spécialité : 0 pt	Nom : Classe : TST12
---------------------------------------	--	-------------------------

Exercice 1 : 3 pts

Dans un magasin, un pull coûte 60€. Aux périodes de soldes, le prix du pull baisse de 15%.

On note (u_n) le prix du pull après n périodes de soldes.

- Déterminer les valeurs de u_0 et u_1 .

$$u_0 = 60 \text{ et } u_1 = 0,85 \times u_0 = 0,85 \times 60 = 51$$

- Pour tout $n \in \mathbb{N}$, exprimer u_{n+1} en fonction de u_n puis u_n en fonction de n .

$$u_{n+1} = 0,85 \times u_n \text{ donc c'est une suite géométrique de raison } 0,85.$$

$$u_n = q^n \times u_0 = 0,85^n \times 60$$

- Calculer le prix du pull après 3 périodes de soldes.

$$u_3 = 0,85^3 \times 60 = 36,8475$$

Après trois périodes de soldes, le prix du pull est 36,85€

Exercice 2 : 4 pts

Ecrire les nombres suivants sous la forme d'une seule puissance a^k . Ecrire les calculs.

$$A = \frac{7,1^{-6,8} \times (7,1^{-3})^{7,1}}{7,1^{5,8} \times 7,1^{-12,1}} = \frac{7,1^{-6,8} \times 7,1^{-21,3}}{7,1^{-6,3}} = \frac{7,1^{-28,1}}{7,1^{-6,3}} = 7,1^{-21,8}$$

$$B = 15^{-2} \times 0,8^{-2} \times 7,8^{-2} = (15 \times 0,8 \times 7,8)^{-2} = 93,6^{-2}$$

Exercice 3 : 6 pts

Samuel veut vendre un casque audio qu'elle n'utilise plus et dont le prix est compris entre 10€ et 30€ sur les sites de vente d'occasion.

Il estime que, pour un prix de x euros, l'offre est $f(x) = 1,05^x$ et la demande est $g(x) = 7 \times 1,05^{-x}$

- Quel est le sens de variation de la fonction f ? Justifier.

Comme $a = 1,05 > 1$ alors la fonction f est croissante sur \mathbb{R} .

- Quel est le sens de variation de la fonction g ? Justifier.

$$g(x) = 7 \times 1,05^{-x} = 7 \times \left(\frac{1}{1,05}\right)^x$$

Comme $a = \frac{1}{1,05} < 1$ alors $x \rightarrow \left(\frac{1}{1,05}\right)^x$ est décroissante sur \mathbb{R} .

Comme $k = 7 > 0$ alors le sens de variation ne change pas et la fonction g est décroissante sur \mathbb{R} .

- Calculer l'offre pour un prix de 15€ ainsi que la demande pour un prix de 15€. Arrondir à l'unité. Interpréter le résultat.

$$f(15) = 1,05^{15} = 2 \text{ soit } 2 \text{ offres environ pour un prix de } 15\text{€}.$$

$$g(15) = 7 \times 1,05^{-15} = 3 \text{ soit } 3 \text{ demandes pour un prix de } 15\text{€}.$$

- Montrer que le prix d'équilibre est solution de l'équation $1,1025^x = 7$

Aide : Le prix d'équilibre est celui qui égalise la demande et l'offre, il est solution de $f(x) = g(x)$.

Le prix d'équilibre est obtenu lorsque $f(x) = g(x)$ soit $1,05^x = 7 \times 1,05^{-x}$

$$\text{Donc } \frac{1,05^x}{1,05^{-x}} = 7 \text{ et } 1,05^{2x} = 7 \text{ soit } (1,05^2)^x = 7 \text{ donc } 1,1025^x = 7$$



5. Grâce à la calculatrice, trouver le prix d'équilibre. Arrondir à l'unité.

Grâce à la calculatrice : $1,1025^{19} = 6,38$ et $1,1025^{20} = 7,04$

Donc le prix d'équilibre est de 20€.

Exercice 4 : 7 pts

Ce tableau donne l'évolution du nombre de bénéficiaires de minima sociaux en milliers de personnes.

Année	2002	2003	2004	2005
Nombre de bénéficiaires en milliers	3258,7		3425,4	3513,1
Année	2006	2007	2008	2009
Nombre de bénéficiaires en milliers	3494,2	3334,6	3297,5	3502,7

1. Entre 2002 et 2003, le nombre de bénéficiaires a augmenté de 1,69%. Calculer le nombre de bénéficiaires en 2003 (arrondir à 0,1 millier).

En 2003 : $B = 3258,7 \times 1,0169 = 3313,8$

2. Déterminer le coefficient multiplicateur entre 2007 et 2009, en déduire le taux d'évolution. Arrondir au centième.

$$CM = \frac{V_A}{V_D} = \frac{3502,7}{3334,6} = 1,05$$

Ainsi $t = CM - 1 = 1,05 - 1 = 0,05$ soit une augmentation de 5%

3. Calculer le coefficient multiplicateur global entre 2002 et 2009 ? Arrondir au millième.

$$CMG = \frac{V_A}{V_D} = \frac{3502,7}{3258,7} = 1,075$$

4. Calculer le taux d'évolution annuel moyen du nombre de bénéficiaires entre 2002 et 2009. Arrondir au centième.

On résout l'équation $\left(1 + \frac{t}{100}\right)^7 = CMG$

Donc $t = 100 \left(CMG^{\frac{1}{7}} - 1\right) = 100 \left(1,075^{\frac{1}{7}} - 1\right) = 1,04$

C'est une hausse moyenne annuelle de 1,04%

5. Le gouvernement souhaite qu'en 2015, le nombre de bénéficiaires de minima sociaux ne dépasse pas 3 800 000. Si l'évolution moyenne est de 1,04% par an après 2009, cet objectif est-il réalisable ?

On calcule le coefficient global entre 2009 et 2015 : $CMG = \left(1 + \frac{1,04}{100}\right)^6 = 1,064$

Nombre de bénéficiaires en 2015 : $B = 3502,7 \times 1,064 = 3726,9 < 3800$

Ainsi cet objectif est réalisable.