



|                                       |  |                         |
|---------------------------------------|--|-------------------------|
| Fonction exponentielle<br>de base $a$ | <b>Corrigé Contrôle n°2 – 1h</b><br>Tronc commun : 20 pts<br>Spécialité : 0 pt | Nom :<br>Classe : TST12 |
|---------------------------------------|--|-------------------------|

**Exercice 1 : 3 pts**

Dans un magasin, un pull coûte 60€. Aux périodes de soldes, le prix du pull baisse de 15%.

On note  $(u_n)$  le prix du pull après  $n$  périodes de soldes.

- Déterminer les valeurs de  $u_0$  et  $u_1$ .

$$u_0 = 60 \text{ et } u_1 = 0,85 \times u_0 = 0,85 \times 60 = 51$$

- Pour tout  $n \in \mathbb{N}$ , exprimer  $u_{n+1}$  en fonction de  $u_n$  puis  $u_n$  en fonction de  $n$ .

$$u_{n+1} = 0,85 \times u_n \text{ donc c'est une suite géométrique de raison } 0,85.$$

$$u_n = q^n \times u_0 = 0,85^n \times 60$$

- Calculer le prix du pull après 3 périodes de soldes.

$$u_3 = 0,85^3 \times 60 = 36,8475$$

Après trois périodes de soldes, le prix du pull est 36,85€

**Exercice 2 : 4 pts**

Ecrire les nombres suivants sous la forme d'une seule puissance  $a^k$ . Ecrire les calculs.

$$A = \frac{7,1^{-6,8} \times (7,1^{-3})^{7,1}}{7,1^{5,8} \times 7,1^{-12,1}} = \frac{7,1^{-6,8} \times 7,1^{-21,3}}{7,1^{-6,3}} = \frac{7,1^{-28,1}}{7,1^{-6,3}} = 7,1^{-21,8}$$

$$B = 15^{-2} \times 0,8^{-2} \times 7,8^{-2} = (15 \times 0,8 \times 7,8)^{-2} = 93,6^{-2}$$

**Exercice 3 : 6 pts**

Samuel veut vendre un casque audio qu'elle n'utilise plus et dont le prix est compris entre 10€ et 30€ sur les sites de vente d'occasion.

Il estime que, pour un prix de  $x$  euros, l'offre est  $f(x) = 1,05^x$  et la demande est  $g(x) = 7 \times 1,05^{-x}$

- Quel est le sens de variation de la fonction  $f$  ? Justifier.

Comme  $a = 1,05 > 1$  alors la fonction  $f$  est croissante sur  $\mathbb{R}$ .

- Quel est le sens de variation de la fonction  $g$  ? Justifier.

$$g(x) = 7 \times 1,05^{-x} = 7 \times \left(\frac{1}{1,05}\right)^x$$

Comme  $a = \frac{1}{1,05} < 1$  alors  $x \rightarrow \left(\frac{1}{1,05}\right)^x$  est décroissante sur  $\mathbb{R}$ .

Comme  $k = 7 > 0$  alors le sens de variation ne change pas et la fonction  $g$  est décroissante sur  $\mathbb{R}$ .

- Calculer l'offre pour un prix de 15€ ainsi que la demande pour un prix de 15€. Arrondir à l'unité. Interpréter le résultat.

$$f(15) = 1,05^{15} = 2 \text{ soit } 2 \text{ offres environ pour un prix de } 15\text{€}.$$

$$g(15) = 7 \times 1,05^{-15} = 3 \text{ soit } 3 \text{ demandes pour un prix de } 15\text{€}.$$

- Montrer que le prix d'équilibre est solution de l'équation  $1,1025^x = 7$

Aide : Le prix d'équilibre est celui qui égalise la demande et l'offre, il est solution de  $f(x) = g(x)$ .

Le prix d'équilibre est obtenu lorsque  $f(x) = g(x)$  soit  $1,05^x = 7 \times 1,05^{-x}$

$$\text{Donc } \frac{1,05^x}{1,05^{-x}} = 7 \text{ et } 1,05^{2x} = 7 \text{ soit } (1,05^2)^x = 7 \text{ donc } 1,1025^x = 7$$



5. Grâce à la calculatrice, trouver le prix d'équilibre. Arrondir à l'unité.

Grâce à la calculatrice :  $1,1025^{19} = 6,38$  et  $1,1025^{20} = 7,04$

Donc le prix d'équilibre est de 20€.

**Exercice 4 : 7 pts**

Ce tableau donne l'évolution du nombre de bénéficiaires de minima sociaux en milliers de personnes.

|                                     |        |        |        |        |
|-------------------------------------|--------|--------|--------|--------|
| Année                               | 2002   | 2003   | 2004   | 2005   |
| Nombre de bénéficiaires en milliers | 3258,7 |        | 3425,4 | 3513,1 |
| Année                               | 2006   | 2007   | 2008   | 2009   |
| Nombre de bénéficiaires en milliers | 3494,2 | 3334,6 | 3297,5 | 3502,7 |

1. Entre 2002 et 2003, le nombre de bénéficiaires a augmenté de 1,69%. Calculer le nombre de bénéficiaires en 2003 (arrondir à 0,1 millier).

En 2003 :  $B = 3258,7 \times 1,0169 = 3313,8$

2. Déterminer le coefficient multiplicateur entre 2007 et 2009, en déduire le taux d'évolution. Arrondir au centième.

$$CM = \frac{V_A}{V_D} = \frac{3502,7}{3334,6} = 1,05$$

Ainsi  $t = CM - 1 = 1,05 - 1 = 0,05$  soit une augmentation de 5%

3. Calculer le coefficient multiplicateur global entre 2002 et 2009 ? Arrondir au millième.

$$CMG = \frac{V_A}{V_D} = \frac{3502,7}{3258,7} = 1,075$$

4. Calculer le taux d'évolution annuel moyen du nombre de bénéficiaires entre 2002 et 2009. Arrondir au centième.

On résout l'équation  $\left(1 + \frac{t}{100}\right)^7 = CMG$

Donc  $t = 100 \left(CMG^{\frac{1}{7}} - 1\right) = 100 \left(1,075^{\frac{1}{7}} - 1\right) = 1,04$

C'est une hausse moyenne annuelle de 1,04%

5. Le gouvernement souhaite qu'en 2015, le nombre de bénéficiaires de minima sociaux ne dépasse pas 3 800 000. Si l'évolution moyenne est de 1,04% par an après 2009, cet objectif est-il réalisable ?

On calcule le coefficient global entre 2009 et 2015 :  $CMG = \left(1 + \frac{1,04}{100}\right)^6 = 1,064$

Nombre de bénéficiaires en 2015 :  $B = 3502,7 \times 1,064 = 3726,9 < 3800$

Ainsi cet objectif est réalisable.