FONCTION LOGARITHME NÉPÉRIEN

➢ Définition du logarithme népérien

- On appelle logarithme népérien du réel strictement positif k, l'unique solution de l'équation $e^a = k$. On note cette solution $a = ln\ k$.
- La fonction logarithme népérien est la fonction qui, à tout réel strictement positif associe $\ln x$

$$ln :]0 ; +\infty[\to \mathbb{R}, x \to \ln x$$

➢ Lien entre la courbe du logarithme népérien et celle de l'exponentielle

- On dit que la fonction ln est la fonction réciproque de la fonction exponentielle.
- Les courbes représentatives des fonctions ln et exp sont symétriques par rapport à la droite d'équation $y = x$.
- $\forall\ x \in \mathbb{R}, ln(ex) = x$
- $\forall\ x \in \mathbb{R}, x > 0, e^{\ln(x)} = x$
- $\ln 1 = 0 \quad et \ \ln(\mathrm{e}) = 1$

➢ Propriétés algébriques

Pour tous réels a>0 et b>0 :

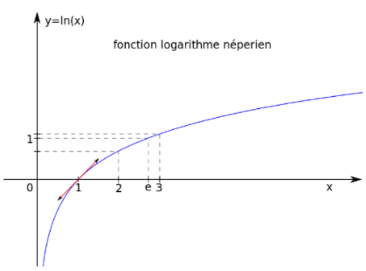
$ln\,(a) + ln\,(b) = ln\,(ab)$	$\ln(an) = n \times \ln(a)$ $\forall\, n \in \mathbb{N}$	$\ln\left(\frac{1}{b}\right) = -\ln\,(b)$
$\ln \frac{a}{b} = ln\ a - ln\ b$	$ln(a-n) = -nln\ a$ $\forall\, n \in \mathbb{N}$	$ln\,(\sqrt{a}) = \frac{1}{2} ln\ a$

➢ Propriétés de la fonction ln

- La fonction ln est définie et continue sur]0 ; +∞ [
- La fonction ln est dérivable sur]0 ; +∞ [
- $(ln\ x)' = \frac{1}{x} > 0$ donc la fonction est strictement croissante sur]0 ; +∞ [

  soit $a < b \quad ln\ a < ln\ b$
- $(ln\ x)'' = -\frac{1}{x^2} < 0$ donc la fonction ln est concave sur]0 ; +∞ [
- Si $0 < x < 1$, alors $ln\ x < 0$
- Si $x > 1$, alors $ln\ x > 0$
- Pour tous réels $a > 0$ et $b > 0$: $a = b\ ssi\ ln\ a = ln\ b$

Représentation graphique :



Tableaux de variation et de signes :

x	0		1		e		$+\infty$
ln'(x)				+			
lnx	$-\infty$	↗	0	↗	1	↗	$+\infty$
signe de lnx		-	0		+		

$\lim\limits_{x\to\infty} \ln x = +\infty \qquad \lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} \ln x = -\infty$

➢ Forme $ln\ u$ et primitives

- Soit u, une fonction dérivable et définie sur un intervalle I, telle que pour tout x ∈ I, u(x) > 0

  $(ln\ u)' = \frac{u'}{u}$ si u > 0
- Soit u, une fonction dérivable et définie sur un intervalle I, telle que pour tout x ∈ I, u(x) ≠ 0

  La fonction $\frac{u'}{u}$ admet comme primitive $ln(|u|)$