



Suites	Corrigé du Contrôle n°4 – 1h avec calculatrice Tronc commun : 20 pts - Spécialité : 0 pt	Nom : Classe : TST12
--------	--	-------------------------

Cours :

a) Soit (u_n) une suite arithmétique de raison r et de terme initial u_1 .

Donner l'expression de u_n en fonction de n : $u_n = u_1 + (n - 1)r$

b) Donner la formule de la somme des termes d'une suite géométrique de raison q : $S_n = u_0 + \dots + u_n$.

$$S_n = \text{Terme initial} \times \left(\frac{1 - \text{raison}^{\text{nbre termes}}}{1 - \text{raison}} \right) = u_0 \left(\frac{1 - q^{n+1}}{1 - q} \right)$$

Exercice 1 :

Une compagnie d'assurance estime que la valeur marchande d'une machine achetée 2 000 euros le 1er janvier 2019 baisse de 18 % par an. On note u_n la valeur marchande de la machine au 1er janvier de l'année 2019 + n .

1. Calculer la valeur marchande de cette machine le 1er janvier 2020, le 1er janvier 2021.

Au 1^{er} janvier 2020=2019+1 : $u_1 = 2000 - 2000 \times \frac{18}{100} = 2000 \times 0,82 = 1640 \text{ €}$

Au 1^{er} janvier 2021 : $u_2 = u_1 \times 0,82 = 1344,80 \text{ €}$

2. Démontrer que les valeurs marchandes successives sont les termes d'une suite géométrique dont on précisera le terme initial et la raison.

Chaque année la valeur baisse de 18% donc $u_{n+1} = u_n - u_n \times \frac{18}{100} = u_n \times 0,82$

C'est la définition d'une suite géométrique de raison $q = 0,82$ et de terme initial $u_0 = 2000$

3. Déterminer la valeur marchande de la machine le 1er janvier 2030. Arrondir au centième.

Au 1^{er} janvier 2030 =2019+11, on calcule $u_{11} = u_0 \times q^{11} = 2000 \times 0,82^{11} = 225,41$.

4. Compléter le script suivant, en langage Python, qui donne l'année à partir de laquelle la valeur marchande de la machine devient inférieure ou égale à 500€.

```
u = 2000
n = 0

while u > 500:
    u = u*0.82
    n = n + 1

print(n)
```

5. Ecrire les calculs effectués par ce programme et donner la réponse à la question 4.

u	N
2000	0
1640	1
1344,8	2
1102,736	3
904,24352	4
741,4796864	5
608,0133428	6
498,57	7

A partir de $n = 7$, la valeur marchande est inférieure à 500€. Ainsi à partir de 2019+7=2026, la valeur devient inférieure à 500€.



Exercice 2 :

Depuis janvier 2018 dans une déchetterie, on constate chaque mois une augmentation régulière de 15 kg de la masse de déchets incinérables collectés.

On note :

- u_0 la masse de déchets incinérables collectés en kg en janvier 2018 ;
- u_n la masse de déchets incinérables collectés en kg n mois après janvier 2018 pour tout entier $n > 1$.

La masse de déchets incinérables collectés en septembre 2019 était de 1500 kg ainsi $u_{20} = 1500$.

1. Quelle est la nature de la suite (u_n) ainsi définie ? On précisera sa raison.

La masse augmente de 15 kg par mois, donc $u_{n+1} = u_n + 15$

C'est la définition d'une suite arithmétique de raison $r = 15$.

2. Montrer que $u_0 = 1200$.

On sait que $u_n = u_0 + nr$ donc $u_{20} = u_0 + 20 \times 15$ ainsi $u_0 = 1500 - 300 = 1200$

On en déduit que $u_0 = 1200$.

3. Calculer la masse totale de déchets incinérables collectés durant l'année 2018.

On calcule : $S_{11} = u_0 + u_1 + \dots + u_{11} = \text{nbre termes} \times \left(\frac{\text{Terme initial} + \text{Terme final}}{2} \right) = 12 \times \left(\frac{1200 + (1200 + 11 \times 15)}{2} \right)$

Donc $S_{11} = 15\,390$.

La plus grosse benne disponible dans cette déchetterie pour les déchets incinérables a une capacité de 5 tonnes

On admet que cette augmentation mensuelle de 15 kg va se poursuivre dans les années à venir. On considère le programme Python suivant :

```
M = 1200
k = 0
S = M
```

```
while S <= 5000:
    M = M + 15
    k = k + 1
    S = S + M
```

```
print(k)
```

4. Que représentent M, k et S dans notre problème ?

M représente la suite u de l'énoncé

K représente l'indice de la suite

S représente la somme des termes de la suite

5. Quelle quantité affiche le programme en sortie ? Préciser le nombre de mois nécessaires pour remplir cette benne de 5 tonnes.

Le programme affiche la variable k à partir de laquelle la somme des déchets dépasse 5000 kg à savoir 5 tonnes.

M	k	S
1200	0	1200
1215	1	2415
1230	2	3645
1245	3	4890
1260	4	6150

A partir du 4^e mois, la benne est pleine et son contenu dépasse les 5000 kg soit 5 tonnes de déchets.

Exercice 3 :

a) Calculer la somme : $101 + 102 + 103 + \dots + 998 + 999$

C'est la somme des termes d'une arithmétique de raison 1 et de terme initial $u_1 = 101$ et de terme final u_{899}

$$S = 899 \times \left(\frac{101 + 999}{2} \right) = 494\,450$$

b) Calculer la somme : $1 + 3 + 3^2 + \dots + 3^{12}$

C'est la somme des termes d'une suite géométrique de raison 3 et de terme initial $u_0 = 1$.

$$S = 1 \times \left(\frac{1 - 3^{13}}{1 - 3} \right) = 797\,161$$