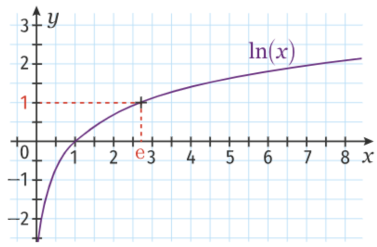
Vendredi 24 janvier 2025

Note : ………/15	**Petit contrôle n°6 – sujet A** **Tronc commun : 0 pts - Spécialité : 15 pts**	Nom : Classe : TSTI2

1. Pour la **fonction logarithme népérien** :

- Expression : $f(x) = \ln(x)$
- Ensemble de définition : $D_f =]0\,;\,+\infty[$
- Fonction dérivée : $f'(x) = \frac{1}{x}$
- Tableau de variation avec les limites :

x	0	$+\infty$
$\ln'(x)$	‖	$+$
$\ln$	‖ $-\infty$	$+\infty$



/2

2. Compléter : Soient a et b deux réels strictement positifs

$\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln(a) - \ln(b)$ $\qquad$ $\frac{1}{2}ln(a) = \ln(\sqrt{a})$

$ln(a^n) = nln(a)$ $\qquad$ $\ln(a) + \ln(b) = \ln(ab)$

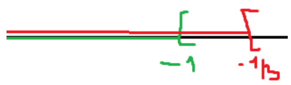
/2

3. Résoudre les équations suivantes

$e^{-7x-2} = e^4$ sur $\mathbb{R}$	$\ln(x+2) = 0$ sur $I =]-2\,;\,+\infty[$
On prend l'image par la fonction LN $\ln(e^{-7x-2}) = \ln(e^4)$ $-7x - 2 = 4$ $-7x = 6$ $x = -\frac{6}{7} \in \mathbb{R}$ Donc $S = \left\{-\frac{6}{7}\right\}$	On prend l'image par la fonction exp $e^{\ln(x+2)} = e^0$ $x + 2 = 1$ $x = -1 \in]-2\,;\,+\infty[$ Donc $S = \{-1\}$

/3

4. Résoudre les inéquations suivantes

$5e^{3x+1} - 3 < 1$ sur $\mathbb{R}$	$\ln(x^2 - 3x) > \ln(x^2 + 1)$ sur $I =]-\infty\,;-1[$
On isole l'exponentielle : $e^{3x+1} < \frac{4}{5}$ On prend l'image par la fonction LN $\ln(e^{3x+1}) < \ln\left(\frac{4}{5}\right)$ $3x + 1 < \ln\left(\frac{4}{5}\right)$ $x < \frac{\ln\left(\frac{4}{5}\right) - 1}{3}$ Donc $S = \left]-\infty\,;\,\frac{\ln\left(\frac{4}{5}\right)-1}{3}\right[$	On prend l'image par la fonction exp $e^{\ln(x^2-3x)} > e^{\ln(x^2+1)}$ $x^2 - 3x > x^2 + 1$ $-3x > 1$ $x < -\frac{1}{3}$  Donc $S =]-\infty\,;\,-1[$

/3

5. Simplifier les expressions

$A = -3\ln(e^3) + \ln\left(\frac{1}{e}\right) = -3 \times 3\ln(e) - \ln(e) = -9 \times 1 - 1 = -10$

$B = \ln(9) - 2\ln(3) + 4\ln(\sqrt{3}) =$
$\ln(3^2) - 2\ln(3) + 4 \times \frac{1}{2}\ln(3) = 2\ln(3) - 2\ln(3) + 2\ln(3) = 2\ln(3)$

/2

6. Calculer la dérivée des fonctions suivantes

$f(x) = 4x^2 - 5x + 2\ln(x) - 1$: $f'(x) = 8x - 5 + \frac{2}{x}$

$g(x) = 5x\ln(x)$: $g = uv$ avec $\begin{cases} u(x) = 5x \\ v(x) = \ln(x) \end{cases}$ donc $\begin{cases} u'(x) = 5 \\ v'(x) = \frac{1}{x} \end{cases}$

On utilise la formule : $(uv)' = u'v + uv'$

$$g'(x) = 5\ln(x) + 5x \times \frac{1}{x} = 5\ln(x) + 5$$

/3

Note : ………/15	**Petit contrôle n°6 – sujet B** **Tronc commun : 0 pts - Spécialité : 15 pts**	Nom : Classe : TSTI2

1. Résoudre les équations suivantes

$e^{5x-2} = e^{-4}$ sur $\mathbb{R}$

On prend l'image par la fonction LN

$$\ln(e^{5x-2}) = \ln(e^{-4})$$
$$5x - 2 = -4$$
$$5x = -2$$
$$x = -\frac{2}{5} \in \mathbb{R}$$

Donc $S = \left\{-\frac{2}{5}\right\}$

$\ln(x-7) = 0$ sur $I =]7\,;\,+\infty[$

On prend l'image par la fonction exp

$$e^{\ln(x-7)} = e^0$$
$$x - 7 = 1$$
$$x = 8 \in]7\,;\,+\infty[$$

Donc $S = \{8\}$

/3

2. Résoudre les inéquations suivantes

$3e^{6x+1} - 4 > 1$ sur $\mathbb{R}$

On isole l'exponentielle :

$$e^{6x+1} > \frac{5}{3}$$

On prend l'image par la fonction LN

$$\ln(e^{6x+1}) > \ln\left(\frac{5}{3}\right)$$
$$6x + 1 > \ln\left(\frac{5}{3}\right)$$
$$x > \frac{\ln\left(\frac{5}{3}\right) - 1}{6}$$

Donc $S = \left]\frac{\ln\left(\frac{5}{3}\right)-1}{6}\,;+\infty\right[$

$\ln(x^2 + 4x) < \ln(x^2 - 2)$ sur $I =]4\,;\,+\infty[$

On prend l'image par la fonction exp

$$e^{\ln(x^2+4x)} > e^{\ln(x^2-2)}$$
$$x^2 + 4x > x^2 - 2$$
$$4x > -2$$
$$x > -\frac{2}{4} = -\frac{1}{2}$$

Donc $S =]4\,;\,+\infty[$

/3

3. Simplifier les expressions

$A = 5\ln(e^4) - \ln\left(\frac{1}{e}\right) = 5 \times 4\ln(e) + \ln(e) = 20\ln(e) + \ln(e) = 21\ln(e) = 21 \times 1 = 21$

$B = \ln(4) - 6\ln(2) + 10\ln(\sqrt{2}) = \ln(2^2) - 6\ln(2) + \frac{10}{2}\ln(2) = 2\ln(2) - 6\ln(2) + 5\ln(2) = \ln(2)$

/2

4. Compléter : Soient a et b deux réels strictement positifs

$\ln(a \times b) = \ln(a) + \ln(b)$ $\qquad$ $\ln(\sqrt{a}) = \frac{1}{2}\ln(a)$

$\ln(a) - \ln(b) = \ln\left(\frac{a}{b}\right)$ $\qquad$ $n\ln(a) = \ln(a^n)$

/2

5. Calculer la dérivée des fonctions suivantes

$f(x) = -4x^2 + 9x + 5\ln(x) + 4$: $f'(x) = -8x + 9 + \frac{5}{x}$

$g(x) = 6xln(x)$: $g = uv$ avec $\begin{cases} u(x) = 6x \\ v(x) = \ln(x) \end{cases}$ donc $\begin{cases} u'(x) = 6 \\ v'(x) = \frac{1}{x} \end{cases}$

On utilise la formule : $(uv)' = u'v + uv'$

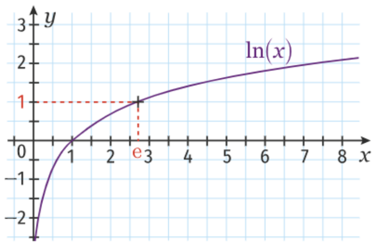
$$g'(x) = 6\ln(x) + 6x \times \frac{1}{x} = 6\ln(x) + 6$$

/3

6. Pour la **fonction logarithme népérien** :

- Expression : $f(x) = \ln(x)$
- Ensemble de définition : $D_f =]0\,;\,+\infty[$
- Fonction dérivée : $f'(x) = \frac{1}{x}$
- Tableau de variation avec les limites :

x	0		$+\infty$
$\ln'(x)$	‖	$+$	
$\ln$	‖	$-\infty$ ↗	$+\infty$



/2