Essentiel de cours Chapitre III : Fonction exponentielle de base e

Propriétés algébriques :

Pour tous réels *x* et *y* et tout entier *n*, on a :

$e^x \times e^y = e^{x+y}$

$e^{-x} = \frac{1}{e^x}$

$e^{x-y} = \frac{e^x}{e^y}$

$e^{nx} = (e^n)^x$

Remarque : $e^0 = 1$ et $e^1 = e$; $e \approx 2{,}71828$

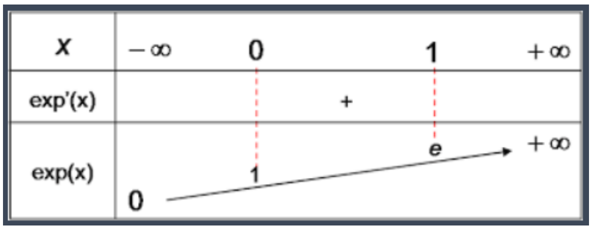
Théorème des dérivées :

La fonction exponentielle $f(x) = e^x$ est dérivable sur $\mathbb{R}$.
Pour tout $x \in \mathbb{R}, f$ $(x) = e^x$

Soit k un nombre réel. La fonction $f(x) = e^{kx}$ est dérivable sur $\mathbb{R}$.
Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) = ke^{kx}$

Propriété sens de variation :

La fonction exponentielle $f(x) = e^x$ est strictement croissante sur $\mathbb{R}$.
Si $k > 0$, la fonction $f(x) = e^{kx}$ est strictement croissante sur $\mathbb{R}$.
Si $k < 0$, la fonction $f(x) = e^{kx}$ est strictement décroissante sur $\mathbb{R}$.



Propriété, limite de la fonction exponentielle :

$\lim_{x \to -\infty} e^{x} = 0$ $\lim_{x \to +\infty} e^{x} = +\infty$

- $Si\ k > 0$, $\lim_{x \to -\infty} e^{kx} = 0$ $\lim_{x \to +\infty} e^{kx} = +\infty$
- $Si\ k < 0$, $\lim_{x \to \_-\infty} e^{kx} = +\infty$ $\lim_{x \to +\infty} e^{kx} = 0$

Propriété, croissance comparée :

- Pour tout entier *n*, $\lim_{x \to +\infty} \frac{e^{x}}{x^{n}} = +\infty$ Pour tout entier *n*, $\lim_{x \to +\infty} \frac{x^{n}}{e^{x}} = 0$
- Si $k > 0$, $\lim_{x \to +\infty} \frac{e^{kx}}{x^{n}} = +\infty$ $\lim_{x \to +\infty} x^{n} \times e^{-kx} = 0$

Propriété, FI (Forme Indéterminée) :

$\frac{\infty}{\infty}$

$\infty - \infty$

$0 \times \infty$

$\frac{0}{0}$