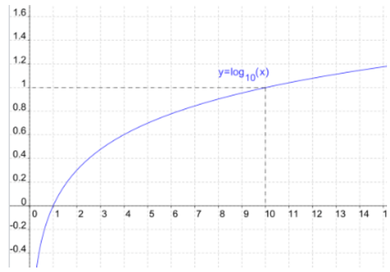
Vendredi 7 mars 2025

Note : ………/15	**Corrigé du Petit contrôle n°7 – sujet A** **Tronc commun : 13 pts - Spécialité : 0 pts**	Nom : Classe : TSTI2

1. Pour la **fonction logarithme décimal** :

- Expression : $f(x) = \log(x)$
- Ensemble de définition : $D_f =]0\,;\,+\infty[$
- $\lim\limits_{x \to +\infty} \log(x) = +\infty$ $\qquad\lim\limits_{x \to 0+} \log(x) = -\infty$
- Tableau de variation avec les limites :

x	0	$+\infty$
log	$-\infty$ ↗	$+\infty$



/2

2. Compléter : Soient a et b deux réels strictement positifs

$\log\left(\frac{1}{a}\right) = -\log(a)$ $\qquad log(\sqrt{a}) = \frac{1}{2}\log(a)$

$log(a^n) = n\log(a)$ $\qquad \log(a) - \log(\mathrm{b}) = \log\left(\frac{a}{b}\right)$

/2

3. Résoudre les équations suivantes sur $\mathbb{R}$

$3 \times 10^x = 9$ On isole la puissance de x : $10^x = \frac{9}{3} = 3$ On prend le log : $\log(10^x) = \log(3)$ $x = \log(3)$ $S = \{\log(3)\}$	$3\log(x) - 1 = 7$ On isole le log : $3\log(x) = 7 + 1 = 8$ $\log(x) = \frac{8}{3}$ On prend la puissance de 10 : $10^{\log(x)} = 10^{8/3}$ $x = 10^{8/3}$ $S = \left\{10^{\frac{8}{3}}\right\}$

/2

4. Résoudre les inéquations suivantes sur $\mathbb{R}$

$-4 \times 3^x \geq -1$ On isole la puissance de 3, on divise par un négatif : $3^x \leq \frac{-1}{-4} = \frac{1}{4}$ On prend le log : $\log(3^x) \leq \log\left(\frac{1}{4}\right) = -\log(4)$ $xlog(3) \leq -\log(4)$ Comme $\log(3) > 0$: $x \leq -\frac{\log(4)}{\log(3)}$ $S =]-\infty\,;\,-\frac{\log(4)}{\log(3)}[$	$5\log(x-1) > 10$ On isole le log, on divise par un nombre positif $\log(x-1) > \frac{10}{5} = 2$ On prend la puissance de 10 : $10^{\log(x-1)} > 2$ $x - 1 > 2$ Donc $x > 3$ $S =]3\,;\,+\infty[$

/2

5. Calculer les expressions ou les mettre en fonction de log(2) et log(5)

$\log(10^5) = 5$ $\qquad \log(200) = \log(2 \times 10^2) = \log(2) + \log(10^2) = \log(2) + 2$

$\log(0{,}000\,1) = \log(10^{-4}) = -4$ $\qquad \log(5000) = \log(5 \times 10^3) = \log(5) + \log(10^3) = \log(5) + 3$

/2

6. La magnitude d'un séisme, sur l'échelle de Richter, est évaluée à partir de l'amplitude A des ondes sismiques enregistrées sur un sismographe par la formule : $M = \log(A) - \log(A_0)$ où A_0 désigne l'amplitude d'un séisme de référence. 1. On a mesuré l'amplitude d'un séisme et on a obtenu $A = 3,98 \times 10^7 \times A_0$. Calculer la magnitude de ce séisme sur l'échelle de Richter. $M = \log(3{,}98 \times 10^7 \times A_0) - \log(A_0) = \log\left(\frac{3{,}98 \times 10^7 \times A_0}{A_0}\right) = \log(3{,}98 \times 10^7)$ $= \log(3{,}98) + \log(10^7) = \log(3{,}98) + 7$ 2. La magnitude d'un séisme est 5. Déterminer le rapport A/A_0 de son amplitude à l'amplitude de référence. On calcule : $M = 5$ soit $\log(A) - \log(A_0) = \log\left(\frac{A}{A_0}\right) = 5$ donc $\frac{A}{A_0} = 10^5$ 3. La magnitude augmente d'une unité, à quelle variation d'amplitude correspond cette augmentation sur l'échelle de Richter ? $M + 1 = \log\left(\frac{A}{A_0}\right) + 1 = \log\left(\frac{A}{A_0}\right) + \log(10) = \log\left(\frac{A}{A_0} \times 10\right) = \log\left(\frac{10A}{A_0}\right)$ L'amplitude est multipliée par 10.	/3

Note : ………/15	**Petit contrôle n°6 – sujet B** **Tronc commun : 13 pts - Spécialité : 0 pts**	Nom : Classe : TSTI2

1. Résoudre les équations suivantes

$5 \times 10^x = 25$ On isole la puissance de x : $10^x = \frac{25}{5} = 5$ On prend le log : $\log(10^x) = \log(5)$ $x = \log(5)$ $S = \{\log(5)\}$	$4\log(x) - 2 = 5$ On isole le log : $4\log(x) = 5 + 2 = 7$ $\log(x) = \frac{7}{4}$ On prend la puissance de 10 : $10^{\log(x)} = 10^{7/4}$ $x = 10^{7/4}$ $S = \left\{10^{\frac{7}{4}}\right\}$	/2

2. Résoudre les inéquations suivantes

$-2 \times 5^x \geq -3$ On isole la puissance de 5, on divise par un négatif : $5^x \leq \frac{-3}{-2} = \frac{3}{2}$ On prend le log : $\log(5^x) \leq \log\left(\frac{3}{2}\right)$ $x\log(5) \leq \log\left(\frac{3}{2}\right)$ Comme $\log(5) > 0$: $x \leq \frac{\log\left(\frac{3}{2}\right)}{\log(5)}$ $S =]-\infty\,;\,\frac{\log\left(\frac{3}{2}\right)}{\log(5)}[$	$6\log(x-2) > 12$ On isole le log, on divise par un nombre positif $\log(x-2) > \frac{12}{6} = 2$ On prend la puissance de 10 : $10^{\log(x-2)} > 2$ $x - 2 > 2$ Donc $x > 4$ $S =]4\,;\,+\infty[$	/2

3. Calculer les expressions ou les mettre en fonction de log(2) et log(5)

$\log(10^6) = 6$ $\qquad$ $\log(5000) = \log(5 \times 10^3) = \log(5) + \log(10^3) = \log(5) + 3$

$\log(0{,}001) = \log(10^{-3}) = -3$ $\qquad$ $\log(20) = \log(2 \times 10) = \log(2) + \log(10) = \log(2) + 1$

/2

4. Compléter : Soient a et b deux réels strictement positifs

$\log(a \times b) = \log(a) + \log(b)$ $\qquad$ $\frac{1}{2}\log(a) = \log(\sqrt{a})$

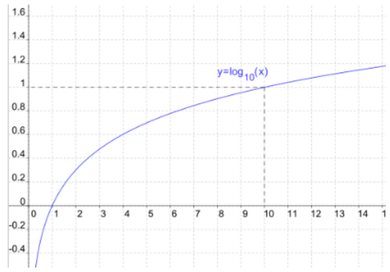
$-log(a) = \log\left(\frac{1}{a}\right)$ $\qquad$ $n\log(a) = \log(a^n)$

/2

5. Pour la **fonction logarithme décimal** :

- Expression : $f(x) = \log(x)$
- Ensemble de définition : $D_f =]0\,;\,+\infty[$
- $\log(1) = 0$ $\qquad$ $\log(10) = 1$
- Tableau de signes :

x	0		1		$+\infty$
$\log(x)$	||	$-$	0	$+$	



/2

6. La magnitude d'un séisme, sur l'échelle de Richter, est évaluée à partir de l'amplitude A des ondes sismiques enregistrées sur un sismographe par la formule : $M = \log(A) - \log(A_0)$
où A_0 désigne l'amplitude d'un séisme de référence.

1. On a mesuré l'amplitude d'un séisme et on a obtenu $A = 2{,}71 \times 10^6 \times A_0$.
   Calculer la magnitude de ce séisme sur l'échelle de Richter.

$$M = \log(2{,}71 \times 10^6 \times A_0) - \log(A_0) = \log\left(\frac{2{,}71 \times 10^6 \times A_0}{A_0}\right) = \log(2{,}71 \times 10^6)$$
$$= \log(2{,}71) + \log(10^6) = \log(2{,}71) + 6$$

2. La magnitude d'un séisme est 4. Déterminer le rapport A/A_0 de son amplitude à l'amplitude de référence.

On calcule : $M = 4$ soit $\log(A) - \log(A_0) = \log\left(\frac{A}{A_0}\right) = 4$ donc $\frac{A}{A_0} = 10^4$

4. La magnitude augmente de deux unités, à quelle variation d'amplitude correspond cette augmentation sur l'échelle de Richter ?

$$M + 2 = \log\left(\frac{A}{A_0}\right) + 2 = \log\left(\frac{A}{A_0}\right) + \log(10^2) = \log\left(\frac{A}{A_0} \times 10^2\right) = \log\left(\frac{100A}{A_0}\right)$$

L'amplitude est multipliée par 100.

/3