Note : ………/10	**Corrigé du Petit contrôle n°9 – sujet A** **Tronc commun : 0 pts - Spécialité : 10 pts**	Nom : Classe : TSTI2

1. Quelles sont les solutions de l'équation différentielle $y' = ay + b$? Les solutions sont $y(x) = Ce^{ax} - \frac{b}{a}, C \in \mathbb{R}$	/1
2. Résoudre les équations différentielles suivantes : a) $y' = -3y$: Les solutions sont $y(x) = Ce^{-3x}, C \in \mathbb{R}$ b) $3y' + 2y - 1 = 0$: On modifie l'équation : $3y' = -2y + 1$ donc $y' = -\frac{2}{3}y + \frac{1}{3}$ Les solutions sont : $y(x) = Ce^{-\frac{2}{3}x} - \frac{\frac{1}{3}}{-\frac{2}{3}} = Ce^{-\frac{2}{3}x} + \frac{1}{2}, C \in \mathbb{R}$	/2
3. Résoudre les équations différentielles suivantes avec les conditions initiales a) $y' = 7y$ avec $y(1) = 2$ Les solutions sont : $y(x) = Ce^{7x}, C \in \mathbb{R}$ On cherche la constante C telle que : $y(1) = 2$ Donc $y(1) = Ce^{7\times1} = 2$ et $C = \frac{2}{e^7} = 2e^{-7}$ La solution est : $y(x) = 2e^{-7}e^{7x} = 2e^{7x-7}$ a) $y' + 3y + 2 = 0$ avec $y(0) = 1$ On modifie l'équation : $y' = -3y - 2$ Les solutions sont : $y(x) = Ce^{-3x} - \left(\frac{-2}{-3}\right) = Ce^{-3x} - \frac{2}{3}$ On cherche la constante C telle que : $y\left(\frac{1}{3}\right) = 1$ $y(0) = Ce^{-3\times0} - \frac{2}{3} = 1$ donc $C \times 1 - \frac{2}{3} = 1$ et $C = 1 + \frac{2}{3} = \frac{5}{3}$ La solution est : $y(x) = \frac{5}{3}e^{-3x} - \frac{2}{3}$	/2
4. Vérifier que la fonction $f(x) = \frac{1}{5}e^{3x}$ est solution de l'équation différentielle : $y' = -2y + e^{3x}$ D'une part : $f'(x) = \frac{1}{5} \times 3e^{3x} = \frac{3}{5}e^{3x}$ D'autre part : $-2f(x) + e^{3x} = -2 \times \frac{1}{5}e^{3x} + e^{3x} = -\frac{2}{5}e^{3x} + \frac{5}{5}e^{3x} = \frac{3}{5}e^{3x}$ Les résultats sont égaux donc f est bien solution de l'équation $y' = -2y + e^{3x}$	/2
5. Donner une équation différentielle dont la fonction $f(x) = 5e^{-7x}$ est solution : $f(x) = 5e^{-7x} = Ce^{ax}$ avec $a = -7$ Donc f est solution de l'équation différentielle $y' = ay$ soit $y' = -7y$	/1
6. Dans une pièce, la température est de 22°C à 23h quand on éteint le chauffage. Nous allons étudier l'évolution de la température dans cette pièce au cours de la nuit. Nous supposons que la température extérieure est constante, toujours égale à 10°C. Soit t le temps écoulé depuis 23h, exprimé en heures. La température dans la pièce est une fonction f de la variable t, définie sur l'intervalle [0 ; 8]. Elle est solution de l'équation différentielle $\frac{dy}{dt} + 0{,}15y = 1{,}5$. 1. Résoudre l'équation différentielle L'équation est : $y' + 0{,}15y = 1{,}5$ soit $y' = -0{,}15y + 1{,}5$ $$y(x) = Ce^{-0{,}15x} - \frac{1{,}5}{-0{,}15} = Ce^{-0{,}15x} + 10, C \in \mathbb{R}$$ 2. Déterminer la fonction f solution de l'équation qui vérifie la condition initiale donnée dans l'énoncé. La condition initiale est : $f(0) = 22$ On cherche la constante C telle que $y(0) = Ce^{-0{,}15\times0} + 10 = 22$ soit $C = 22 - 10 = 12$ La solution est : $f(x) = 12e^{-0{,}15x} + 10$	/2

Vendredi 2 mai 2025

Note : ………/10	**Petit contrôle n°9 – sujet B** **Tronc commun : 0 pts - Spécialité : 10 pts**	Nom : Classe : TSTI2

1. Quelles sont les solutions de l'équation différentielle $y' = ay$? Les solutions sont $y(x) = Ce^{ax}, C \in \mathbb{R}$	/1
2. Vérifier que la fonction $f(x) = 2e^{3x}$ est solution de l'équation différentielle $y' = -8y + 22e^{3x}$ D'une part : $f'(x) = 2 \times 3e^{3x} = 6e^{3x}$ D'autre part : $-8f(x) + 22e^{3x} = -8 \times 2e^{3x} + 22e^{3x} = -16e^{3x} + 22e^{3x} = 6e^{3x}$ Les résultats sont égaux donc f est bien solution de l'équation $y' = -8y + 22e^{3x}$	/2
3. Résoudre les équations différentielles suivantes : a) $y' = 5y - 9$: Les solutions sont $y(x) = Ce^{5x} - \frac{-9}{5} = Ce^{5x} + \frac{9}{5}, C \in \mathbb{R}$ b) $6y' + 3y = 0$ On modifie l'équation : $6y' = -3y + 1$ donc $y' = -\frac{3}{6}y$ Les solutions sont : $y(x) = Ce^{-\frac{1}{2}x} = Ce^{-\frac{1}{2}x}, C \in \mathbb{R}$	/2
4. Résoudre les équations différentielles suivantes avec les conditions initiales a) $y' = 2y$ avec $y(0) = 3$ Les solutions sont : $y(x) = Ce^{2x}, C \in \mathbb{R}$ On cherche la constante C telle que : $y(0) = 3$ Donc $y(0) = Ce^{2\times 0} = 3$ et $C = 3$ La solution est : $y(x) = 3e^{2x}$ a) $3y' - y + 5 = 0$ avec $y(3) = -1$ On modifie l'équation : $y' = \frac{1}{3}y - \frac{5}{3}$ Les solutions sont : $y(x) = Ce^{\frac{1}{3}x} - \left(\frac{-\frac{5}{3}}{\frac{1}{3}}\right) = Ce^{\frac{1}{3}x} + 5, C \in \mathbb{R}$ On cherche la constante C telle que : $y(3) = -1$ $y(0) = Ce^{\frac{1}{3}\times 3} + 5 = -1$ donc $C \times e + 5 = -1$ et $C = -\frac{6}{e} = -6e^{-1}$ La solution est : $y(x) = -6e^{-1}e^{\frac{1}{3}x} + 5$	/2
5. Donner une équation différentielle dont la fonction $f(x) = -4e^{2x}$ est solution $f(x) = -4e^{2x} = Ce^{ax}$ avec $a = 2$ Donc f est solution de l'équation différentielle $y' = ay$ soit $y' = 2y$	/1
6. Dans une pièce, la température est de 19°C à 22h quand on éteint le chauffage. Nous allons étudier l'évolution de la température dans cette pièce au cours de la nuit. Nous supposons que la température extérieure est constante, toujours égale à 10°C. Soit t le temps écoulé depuis 22h, exprimé en heures. La température dans la pièce est une fonction f de la variable t, définie sur l'intervalle [0 ; 8]. Elle est solution de l'équation différentielle $\frac{dy}{dt} + 0{,}25y = 2{,}5$. 1. Résoudre l'équation différentielle L'équation est : $y' + 0{,}15y = 2{,}5$ soit $y' = -0{,}25y + 2{,}5$ $y(x) = Ce^{-0{,}25x} - \frac{2{,}5}{-0{,}25} = Ce^{-0{,}25x} + 10, C \in \mathbb{R}$ 2. Déterminer la fonction f solution de l'équation qui vérifie la condition initiale donnée dans l'énoncé. La condition initiale est : $f(0) = 19$ On cherche la constante C telle que $y(0) = Ce^{-0{,}25\times 0} + 10 = 19$ soit $C = 19 - 10 = 9$ La solution est : $f(x) = 9e^{-0{,}25x} + 10$	/3