Correction du bac blanc 2025 (STI2D)

Exercice 1 : On considère les nombres complexes $z_1 = 6e^{i\frac{\pi}{4}}$ et $z_2 = -\sqrt{3} + i$ **2,5 points**

1. On a $|z_2| = \sqrt{(-\sqrt{3})^2 + 1^2} = \sqrt{3+1} = \sqrt{4} = 2$

$\begin{cases} \cos\theta_2 = -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \sin\theta_2 = \frac{1}{2} \end{cases}$ donc $\arg(z_2) = \theta_2 = \frac{5\pi}{6}$. D'où : $z_2 = \mathbf{2}e^{\frac{5i\pi}{6}}$ **(1 point)**

2. $Z = \frac{z_1}{(z_2)^3} = \frac{6e^{i\frac{\pi}{4}}}{\left(2e^{\frac{5i\pi}{6}}\right)^3} = \frac{6e^{i\frac{\pi}{4}}}{8e^{\frac{15i\pi}{6}}} = \frac{3e^{i\frac{\pi}{4}}}{4e^{\frac{5i\pi}{2}}} = \frac{3e^{i\frac{\pi}{4}}}{4e^{\frac{i5\pi}{2}}} = \frac{3}{4}e^{i\left(\frac{\pi}{4}-\frac{5\pi}{2}\right)} = \frac{3}{4}e^{i\left(\frac{\pi}{4}-\frac{10\pi}{4}\right)} = \frac{3}{4}e^{-i\frac{9\pi}{4}} = \frac{3}{4}e^{-i\frac{\pi}{4}}$ **(1 point)**

3. Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O\,;\,\vec{u},\ \vec{v})$.
Soient A et B les points d'affixes respectives :

$$z_A = e^{i\frac{5\pi}{6}} \text{ et } z_B = e^{-i\frac{2\pi}{3}}$$

Les points A et B sont correctement représentés sur l'une des figures ci-dessous. Laquelle ? Aucune justification n'est demandée.

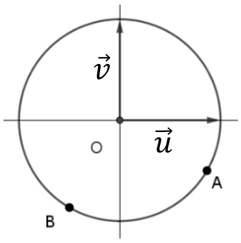

***Figure* 1**

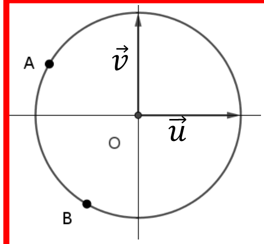

***Figure* 2**

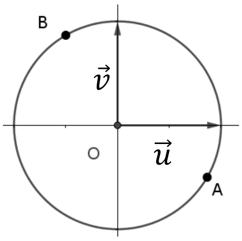

***Figure* 3**

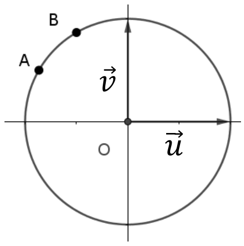

***Figure* 4**

(0,5 point)

Exercice 2 : **1 point**

$\frac{2}{3\ln(10)}\ln(x) - 3 = 4 \Leftrightarrow \frac{2}{3\ln(10)}\ln(x) = 7 \Leftrightarrow \ln(x) = \frac{21\ln(10)}{2} \Leftrightarrow \ln(x) = ln(10^{\frac{21}{2}}) \Leftrightarrow \boldsymbol{x = 10^{\frac{21}{2}}} \Leftrightarrow \boldsymbol{x = \sqrt{10^{21}}}$

Ou $e^{\ln(x)} = e^{10{,}5\ln(10)} \Leftrightarrow \boldsymbol{x = e^{10{,}5\ln(10)}}$ $(accepté)$ $(\boldsymbol{x = 10^{10{,}5}}\ accepté)$

S= $\{\sqrt{\mathbf{10^{21}}}\}$

Exercice 3 : Soit la fonction f définie pour tout réel x par : $f(x) = (10x-4)e^{-x}$ **2,5 points**

1. On pose : $u(x) = 10x - 4$ et $v(x) = e^{-x}$
   D'où $u'(x) = 10$ et $v(x) = -e^{-x}$

Pour tout réel x, la dérivée de la fonction f est : $f'(x) = 10 \times e^{-x} + (10x-4)\times(-e^{-x})$
$f'(x) = 10 \times e^{-x} + (-10x+4)\times e^{-x}$
(En factorisant par e^{-x})$f'(x) = (10 - 10x + 4) \times e^{-x}$
On a bien : $\boldsymbol{f'(x) = (-10x+14)\times e^{-x}}$ **(0,5 point)**

2. On calcule : $f(1) = (10\times 1 - 4)e^{-1} = \frac{6}{e}$ **(0,25 point)**
   La valeur exacte de l'ordonnée de A est $\frac{6}{e}$.
3. $f'(1) = (-10\times 1 + 14)e^{-1} = \frac{4}{e}$. $f'(1)$ est le coefficient directeur de la tangente à C_f au point A. **(0,5 point)**
4. Pour tout réel x, $e^{-x} > 0$. On en déduit que : $f'(x)$ est du signe de $-10x + 14$.
   On a : $f'(x) > 0 \Leftrightarrow -10x + 14 > 0 \Leftrightarrow -10x > -14 \Leftrightarrow x < 1{,}4$
   Le tableau de variation est :

$f(1{,}4) = (10\times 1{,}4 - 4)e^{-1{,}4} = 10e^{-1{,}4} \approx 2{,}46$

x	$-\infty$		$1{,}4$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
f		↗	$10e^{-1{,}4}$	↘	

(0,75 point)

5. On a : $\lim\limits_{x\to+\infty} e^{-x} = 0$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} 10x - 4 = +\infty$

   Par croissance comparée, on en déduit que : $\boldsymbol{\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 0}$ (Cohérent avec la courbe). **(0,5 point)**