# Combinatoire et dénombrement

## 1. Cardinal d'un ensemble fini

- Le cardinal d'un ensemble E (nombre d'éléments) se note :
  card(E) ou |E| ou #E.

## 2. Principe additif

- Si deux ensembles A et B sont disjoints :
  card(A ∪ B) = card(A) + card(B)

Généralisable à plusieurs ensembles deux à deux disjoints.

## 3. Principe multiplicatif

- Si on a n étapes indépendantes avec respectivement $p_1, p_2, \ldots, p_n$ choix :
  Le nombre total de combinaisons est :
  $p_1 \times p_2 \times \ldots \times p_n$

## 4. Arrangements et permutations

Factorielle

- $n! = 1 \times 2 \times 3 \times \ldots \times n$
- Par convention : $0! = 1$

Arrangement

- Un p-arrangement de n éléments : liste ordonnée de p éléments distincts.
- Nombre de p-arrangements :
  $$A_n^p = n \times (n-1) \times (n-2) \times \ldots \times (n-p+1) = \frac{n!}{(n-p)!}$$

Permutation

- Une permutation de n éléments : arrangement de tous les éléments.
- Nombre de permutations : n!

## 5. Combinaisons

Définition

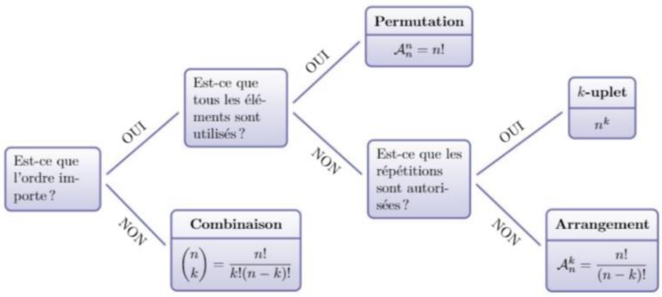
- Une combinaison de p éléments parmi n : un sous-ensemble de p éléments, sans ordre.

Nombre de combinaisons

- $$\binom{n}{p} = \frac{n \times (n-1) \times \ldots \times (n-p+1)}{p!} = \frac{n!}{(n-p)!p!}$$

Propriétés utiles :

- Symétrie :
  $$\binom{n}{p} = \binom{n}{n-p}$$
- Relation de Pascal :
  $$\binom{n-1}{p-1} + \binom{n-1}{p} = \binom{n}{p}$$




Nombre total de parties d'un ensemble à n éléments :

- $$\sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} = 2^n$$