Jeudi 18 septembre 2025

Dérivation *Convexité*	**Contrôle n°1 – 1h** Avec calculatrice	Nom : Classe : TSpé

Exercice 1 :
On donne le tableau de variation de la fonction dérivée d'une fonction f définie sur [-1 ; 3] telle que $f(-1) = 0$; $f(1{,}5) = -4$ et $f(3) = 10$

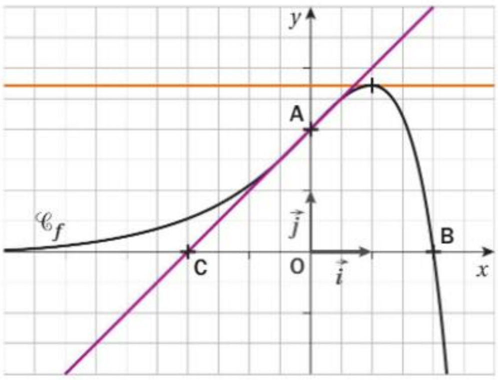
x	-1	0	1	$1{,}5$	3
$f'(x)$		0 ↗ ↘		0 ↗	5
	-1		-2		

1. Tracer le tableau de signes de f' sans justifier.
2. Tracer le tableau de variation de la fonction f sans justifier.
3. Conjecturer la convexité de la fonction f.
4. Tracer, dans un repère, une allure de la courbe pouvant représenter la fonction f.

Exercice 2 :
Calculer la fonction dérivée des fonctions suivantes, définies sur $\mathbb{R}$.

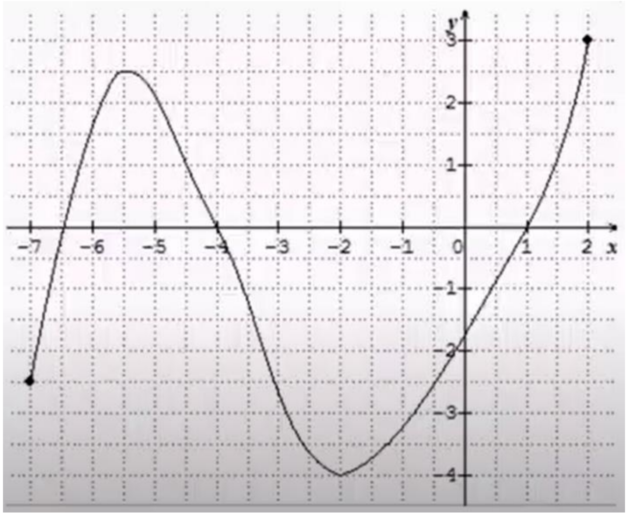
a) $f(x) = (4x^2 + 9)^3$ b) $g(x) = e^{-\frac{1}{x}+9}$

Exercice 3 :
Dans le plan muni d'un repère, on note C_f la courbe représentative d'une fonction f définie et deux fois dérivable sur $\mathbb{R}$.
On note f' sa fonction dérivée.
On a placé les points $A(0\,;2), B(2\,;0)$ et $C(-2\,;0)$.
On dispose des renseignements suivants :
- Le point B appartient à la courbe C_f
- La droite (AC) est tangente en A à C_f
- La tangente à C_f au point d'abscisse 1 est une droite horizontale



1. Déterminer, par lecture graphique, une équation de la tangente en A à C_f. Expliquer.
2. Déterminer l'intervalle sur lequel la fonction f semble convexe et l'intervalle sur lequel elle semble concave. Expliquer.

Exercice 4 :



Voici la représentation graphique de la **fonction dérivée f'** d'une fonction f.

Par lecture graphique, sur quels intervalles la fonction semble être convexe ? concave ? Justifier.

Exercice 5 :

Soit g la fonction définie par : $g(x) = \sqrt{3x^2 - x - 4}$

1. Déterminer l'ensemble de définition de la fonction g
2. Déterminer l'ensemble de dérivabilité de la fonction g
3. Montrer que $g'(x) = \frac{6x-1}{2\sqrt{3x^2-x-4}}$
4. Etudier les variations de la fonction g. Justifier. Faire le tableau de variation.
5. Etudier la convexité de la fonction g (sur quels intervalles est-elle convexe ? concave ?). Justifier.

Bonus : Soient a, b, c, d quatre réels avec $a \neq 0$, Montrer que la courbe de la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ admet un point d'inflexion.