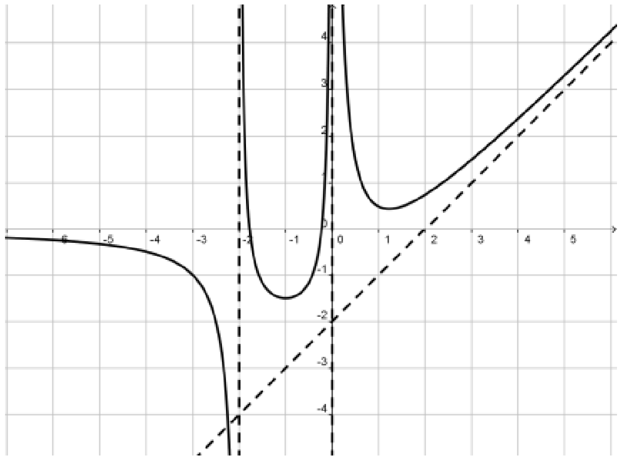
Lundi 22 septembre 2025

Fonction inverse	**Corrigé du Contrôle n°2**	Nom : Classe : TSTI2

Exercice 1 : **(3,5 pts)** Par lecture graphique,

1. Donner l'ensemble de définition de la fonction : $]-\infty\,;\,-2[\cup]-2\,;0[\cup]0\,;\,+\infty[$

2. Donner les limites suivantes :



a) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = 0$

b) $\lim\limits_{x\to 0+} f(x) = +\infty$

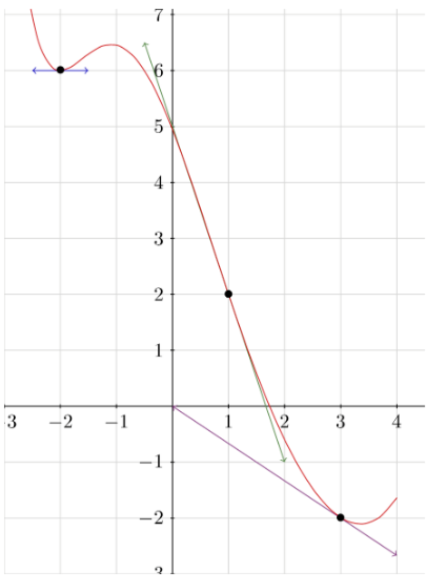
c) $\lim\limits_{x\to 0-} f(x) = +\infty$

d) $\lim\limits_{x\to -2-} f(x) = -\infty$

e) $\lim\limits_{x\to -2+} f(x) = +\infty$

f) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$

Exercice 2 : **(3 pts) Par lecture graphique,**



Donner les valeurs de

a) $f(-2) = 6$; $f(1) = 2$; $f(3) =$ -2

b) $f'^{(-2)} = 0$; $f'(1) =$ -2 ; $f'(3) =$ -2/3

Exercice 3 : (2,5 pts) Calculer les dérivées des fonctions suivantes

a) $g(x) = -8x^7 + 4x^3 - 3x^2 + 2$

$$g'(x) = -8 \times 7x^6 + 4 \times 3x^2 - 3 \times 2x = -56x^7 + 12x^2 - 6x$$

b) $h(x) = 3 - 4x - \frac{12}{x}$ $\qquad h'(x) = -4 + \frac{12}{x^2}$

<u>Exercice 4</u> : (9 pts)

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}^*$ par $f(x) = 4x - 7 + \frac{36}{x}$

1. Calculer $f'(x)$

$$f'(x) = 4 - \frac{36}{x^2} = \frac{4x^2 - 36}{x^2}$$

2. Montrer que pour tout réel $x \in \mathbb{R}^*$, on a $f'(x) = \frac{(2x-6)(2x+6)}{x^2}$

$$\frac{(2x-6)(2x+6)}{x^2} = \frac{(2x)^2 + 12x - 12x - 36}{x^2} = \frac{4x^2 - 36}{x^2} = f'(x)$$

3. Déterminer le signe de $f'(x)$. Faire le tableau de signes.

On résout :

$2x - 6 \geq 0$
$2x \geq 6$
$x \geq \frac{6}{2} = 3$

$2x + 6 \geq 0$
$2x \geq -6$
$x \geq \frac{-6}{2} = -3$

Tableau de signes de f' :

x	$-\infty$		-3		0		3		$+\infty$
$2x-6$		$-$		$-$		$-$	0	$+$	
$2x+6$		$-$	0	$+$		$+$		$+$	
x^2		$+$		$+$	0	$+$		$+$	
$\frac{(2x-6)(2x+6)}{x^2}$		$+$		$-$	$\Vert$	$-$	0	$+$	

4. En déduire les variations de f. Faire le tableau de variations.

Tableau de variations de f :

x	$-\infty$		-3		0		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	$\Vert$	$-$	0	$+$	
$f(x)$		$\nearrow$	-31	$\searrow$	$\Vert$	$\searrow$	17	$\nearrow$	

$$f(-3) = 4 \times (-3) - 7 + \frac{36}{(-3)} = -31$$

$$f(3) = 4 \times 3 - 7 + \frac{36}{3} = 17$$

5. Voici une proposition, :
« Pour tout réel x de $]-\infty\,;0[$, on a $f(x) \geq 2$ »
Cette proposition est-elle vraie ? Justifier la réponse.
Comme la fonction est croissante sur $]-\infty\,;\,-3]$ et décroissante sur $[-3\,;\,0[$
Elle admet un maximum en $x = -3$ qui vaut $f(-3) = -31$ ainsi toutes les valeurs sur $]-\infty\,;0[$ sont inférieures à -31, elles ne peuvent pas être supérieures à 2, la proposition est fausse.

<u>Exercice 5 : (2 pts)</u>

Pour la fonction suivante, une valeur a été effacée. Retrouver cette valeur avec l'information donnée. Justifier.

$f(x) = 2 + \frac{\blacksquare}{x}$ Avec l'information : $f'(1) = -2$

On sait que $f(x) = 2 + \frac{k}{x}$ avec $k \in \mathbb{R}$, on dérive $f'(x) = -\frac{k}{x^2}$

On remplace x par 1 : $f'(1) = -\frac{k}{1^2} = -k = -2$ donc $k = 2.77$ Ainsi $f(x) = 2 + \frac{2}{x}$