

Suite arithmétique:

Def explicite:

terme initial: U_0

$$\hookrightarrow U_m = U_0 + t \times m$$

terme initial: U_1

$$\hookrightarrow U_m = U_1 + t \times m - 1$$

Relation entre deux termes:

$$U_m = U_{m-1} + t(m-m)$$

Sommes particulières:

$$S_m = 1 + 2 + 3 + \dots + m = \frac{m(m+1)}{2}$$

Sommes:

$$S_m = U_0 + U_1 + \dots + U_m = (m+1) \frac{(U_0 + U_m)}{2}$$

$$S_m = \text{nbre termes} \times \frac{\text{terme i} + \text{terme f}}{2}$$

Une suite est arithmétique si:

$$U_{m+1} - U_m = t \text{ (qui ne dépend pas de } m \text{)}.$$

Suite géométrique:

Def explicite:

terme initial: U_0

$$\hookrightarrow U_m = U_0 \times q^m$$

terme initial: U_1

$$\hookrightarrow U_m = U_1 \times q^{m-1}$$

Relation entre deux termes

$$U_m = U_{m-1} \times q^{m-m}$$

Sommes particulières:

si $q \neq 1$

$$S_m = 1 + q + q^2 + \dots + q^m = \frac{1 - q^{m+1}}{1 - q}$$

si $q = 1$

$$S_m = 1 + 1 + \dots + 1 = m + 1$$

Sommes:

$$S_m = U_0 + U_1 + \dots + U_m = U_0 \times \frac{1 - q^{m+1}}{1 - q}$$

$$S_m = \text{terme } i \times \frac{1 - q^{\text{nbre de terme}}}{1 - q}$$

Une suite est géométrique si:

$$\frac{U_{m+1}}{U_m} = q \text{ (qui ne dépend pas de } m \text{)}.$$

Démonstration par récurrence:

① Prédicat:

$P(m)$: « propriété que l'on veut montrer »

② Initialisation:

pour $m = m_0$ « on vérifie que $P(m_0)$ est vraie »

③ Hérédité:

On suppose que $P(k)$ est vraie pour un certain rang $k \geq m_0$, tel que ...

On veut montrer que $P(k+1)$ est vraie à savoir: ...

Au rang $(k+1)$, on a:

D'après l'hypothèse de récurrence:

...

...

... donc $P(k+1)$ est vraie.

④ Conclusion:

La proposition est initialisée pour $m = m_0$ et est héréditaire, donc elle est vraie, à savoir...

• Une suite est croissante si, $\forall n \in \mathbb{N}: U_n \leq U_{n+1}$.

• Une suite est décroissante si, $\forall n \in \mathbb{N}: U_n \geq U_{n+1}$.

• Une suite est monotone, si elle a toujours le même sens de variation (toujours croissante, ou toujours décroissante).

• Une suite est constante si, $\forall n \in \mathbb{N} U_n = U_{n+1}$.

• Une suite est majorée si $\exists M \in \mathbb{R}$ tel que $\forall n \in \mathbb{N}, U_n \leq M$, on dit que M est un majorant de U_n .

• Une suite est minorée si $\exists m \in \mathbb{R}$ tel que $\forall n \in \mathbb{N}, U_n \geq m$, on dit que m est un minorant de U_n .

• Une suite est bornée si elle est à la fois majorée et minorée.

Suites
et
récurrence
(chapitre 2)