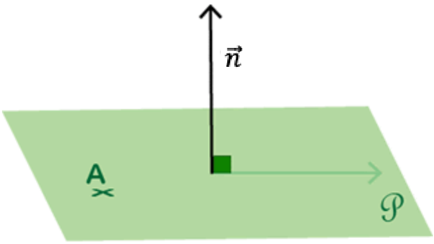
CH 10 : Géométrie analytique dans l'espace

Équation cartésienne de plan :
Un plan $\mathcal{P}$ de vecteur normal $\vec{n}\ (a; b; c)$ a une équation cartésienne de la forme :

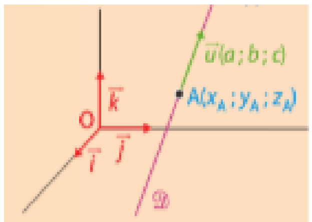
$$ax\ +\ by\ +\ cz\ +\ d\ =\ 0$$

Où d peut être trouvé en injectant les coordonnées d'un point du plan (ici A).



Représentation paramétrique de droite :
Une droite d passant par $A(x_A\ ;\ y_B\ ;\ z_C)$ et de vecteur directeur $\vec{u}(a\ ; b\ ; c\ )$ a une représentation paramétrique de la forme :

$$\begin{cases} x = at + x_A \\ y = bt + y_A \\ z = ct + z_A \end{cases} \quad \text{Où } t \in \mathbb{R}\,.$$



Position relative de deux plans :

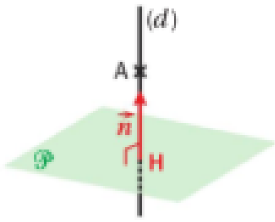
-Deux plans sont parallèles ssi leurs vecteurs normaux respectifs sont colinéaires.

-Deux plans sont perpendiculaires ssi leurs vecteurs normaux respectifs $\overrightarrow{n_1}$ et $\overrightarrow{n_2}$ sont orthogonaux (c'est-à-dire $\overrightarrow{n_1} \bullet \overrightarrow{n_2} = 0$).

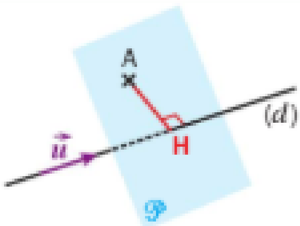
Projeté orthogonal du point A :

1. D'abord :

Sur un plan :
On cherche une représentation paramétrique de la droite passant par A et orthogonal au plan, qui a donc pour vecteur directeur le vecteur normal au plan (ici $\vec{n}$)



Sur une droite :
On cherche une équation cartésienne du plan passant par A et orthogonal à la droite, qui a donc pour vecteur normal le vecteur directeur de la droite d (ici $\vec{u}$)



2. Ensuite :

On résout le système d'équation composé de la représentation paramétrique de la droite et de l'équation cartésienne du plan pour trouver les coordonnées du projeté.

Soit H le projeté orthogonal du point A, ses coordonnées vérifient la représentation paramétrique :

$$\begin{cases} x = at + x_A \\ y = bt + y_A \\ z = ct + z_A \\ ax + by + cz + d = 0 \end{cases}$$