LOIS DES GRANDS NOMBRES

Echantillon = liste de n variables aléatoires indépendantes qui suivent la même loi de probabilité

$(X_1, X_2, \dots, X_n)$

SOMME

$$S_n = X_1 + X_2 + \dots + X_n$$

$$\begin{cases} E(S_n) = n\,E(X_k) \\ V(S_n) = n\,V(X_k) \\ \sigma(S_n) = \sqrt{n} \times \sigma(X_k) \end{cases}$$

MOYENNE

$$M_n = \overline{X_n} = \frac{X_1 + X_2 + \dots + X_n}{n}$$

$$\begin{cases} E(M_n) = \frac{1}{n} \times n\,E(X_k) = E(X_k) \\ V(M_n) = \left(\frac{1}{n}\right)^2 \times n\,V(X_k) = \frac{V(X_k)}{n} \\ \sigma(M_n) = \frac{\sigma(X_k)}{\sqrt{n}} \end{cases}$$

Inégalité de Bienaymé-Tchebychev

$$P(|X - E(X)| \geqslant a) \leqslant \frac{V(X)}{a^2}$$

Loi faible des grands nombres.

$$\lim_{n \to +\infty} P(|M_n - E(X)| \geqslant a) = 0$$

(quand $n \to +\infty$, $M_n \to E(X)$)

Inégalité de Concentration

$$P(|M_n - E(X)| \geqslant a) \leqslant \frac{V(X)}{n a^2}$$