

CHAPITRE : SYMETRIE AXIALE

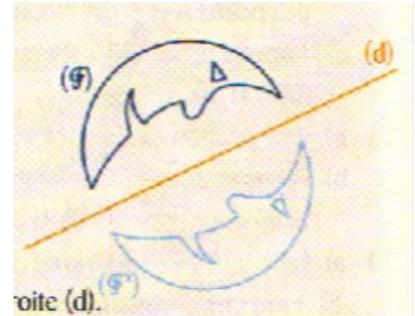
I. Figures symétriques

a) Définition : Deux figures sont symétriques par rapport à une droite (d) lorsqu'elles se superposent par pliage selon cette droite (d)

Exemple : Les deux figures sont symétriques par rapport à la droite (d).

On dit aussi que :

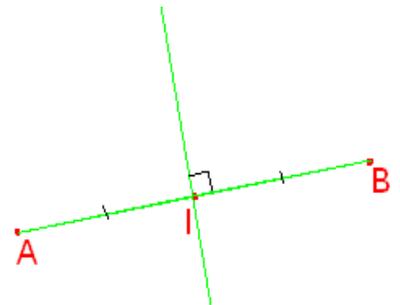
- F' est le symétrique de F par rapport à (d)
- F est le symétrique de F' par rapport à (d)



II. Symétrie d'un point

a) Médiatrice d'un segment : C' est une droite perpendiculaire à ce segment en son milieu.

Exemple : la droite (d) est la médiatrice du segment [AB]
Elle passe par I son milieu et elle est perpendiculaire au segment.



b) Symétrie d'un point :

1^{er} cas : Si M appartient à la droite (d)
Le symétrique de M est alors lui-même

2^{ème} cas : Si M n'appartient à la droite (d)

Le symétrique de M est un point M' tel que (d) soit la médiatrice de $[MM']$

Construction

Équerre	Compas	Codage
Tracer la perpendiculaire à la droite (d) passant par le point A. Elle coupe la droite (d) en I.	Reporter sur cette perpendiculaire la longueur AI à partir du point I.	L'arc de cercle coupe la perpendiculaire en A'. Coder la figure.

III. Propriétés :

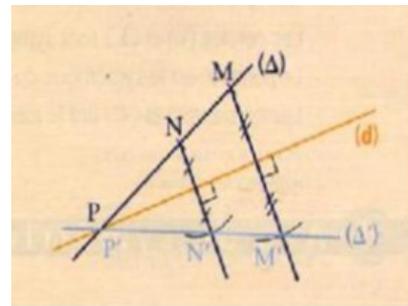
a) Conservation : La symétrie par rapport à une droite conserve les longueurs, l'alignement, les mesures des angles, les aires.

Exemple : Les triangles ABC et $A'B'C'$ sont symétriques par rapport à la droite (d) .

- $AB = A'B'$; $AC = A'C'$; $BC = B'C'$
- Le point est aligné avec A et C . Son symétrique M' est aligné avec A' et C' .
- $\widehat{ABC} = 90^\circ$ et $\widehat{A'B'C'} = 90^\circ$
- Les triangles ABC et $A'B'C'$ ont la même aire

b) Symétrique d'une droite : Le symétrique d'une droite est une droite car elle conserve l'alignement

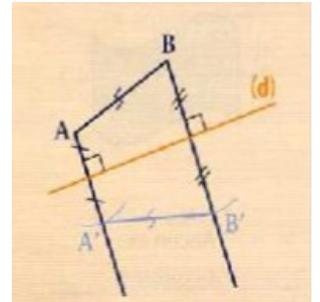
Exemple : Δ et Δ' sont symétriques. Leur point d'intersection se trouve sur l'axe de symétrie.



c) Symétrique d'un segment :

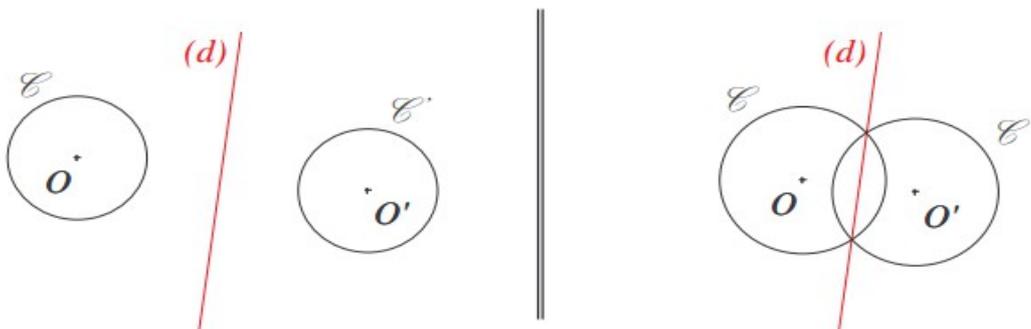
Le symétrique d'un segment est un segment de même longueur.

Exemple : Pour construire le symétrique d'un segment, on trace le symétrique de chaque extrémité.



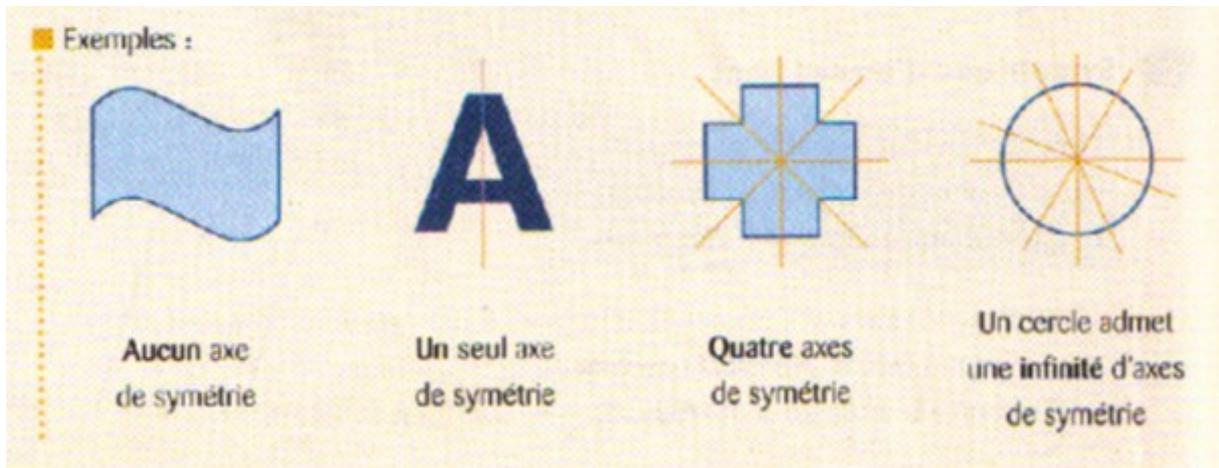
d) Symétriques de figures usuelles :

- Le symétrique d'un cercle est un cercle de même rayon. Leurs centres sont symétriques par rapport à la droite (d)
- Le symétrique d'un polygone est un polygone de mêmes dimensions



IV. Axes de symétrie

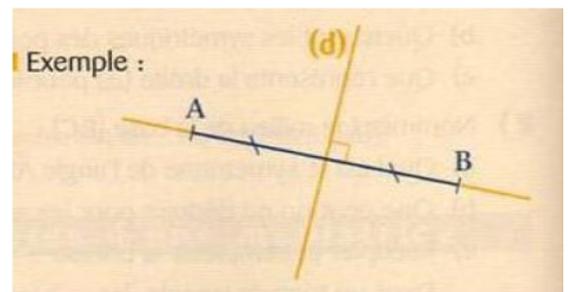
a) Définition : Une droite est un axe de symétrie d'une figure lorsque cette figure coïncide avec son symétrique par rapport à cette droite



b) Axes de symétrie d'un segment

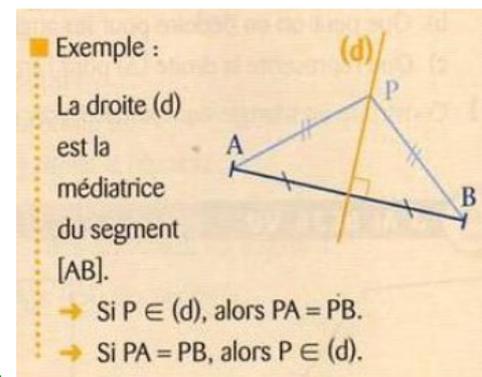
Le segment possède deux axes de symétrie :

- la droite qui porte ce segment
- la médiatrice du segment



Propriété directe : Si un point appartient à la médiatrice d'un segment alors il est à la même distance des extrémités.

Propriété réciproque : Si un point est à égale distance des extrémités d'un segment alors il est sur la médiatrice de ce segment.



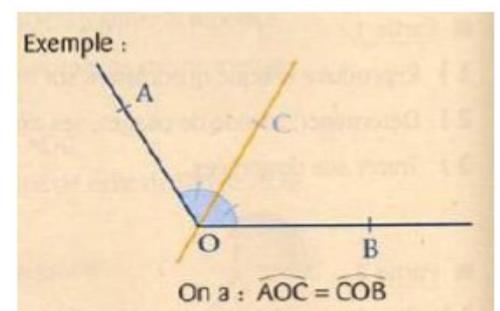
Construction de la médiatrice au compas :

- On trace deux arcs de cercle de même rayon et de centre les extrémités du segment.
- Les deux points d'intersection sont sur la médiatrice.
- On trace la droite passant par ces deux points.

c) Axe de symétrie d'un angle :

Un angle possède un seul axe de symétrie : sa bissectrice.

Définition : C'est la droite qui partage un angle en deux angles de même mesure.

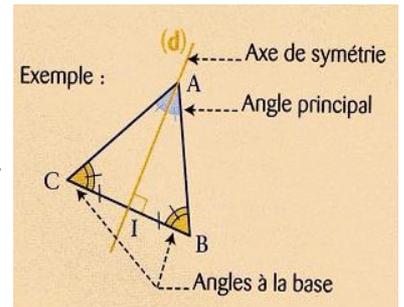


d) Triangles

- Le triangle isocèle possède un seul axe de symétrie : **la médiatrice de sa base.**

Propriétés :

- Les angles à la base ont la même mesure
- L'axe de symétrie est aussi la bissectrice de l'angle principal.

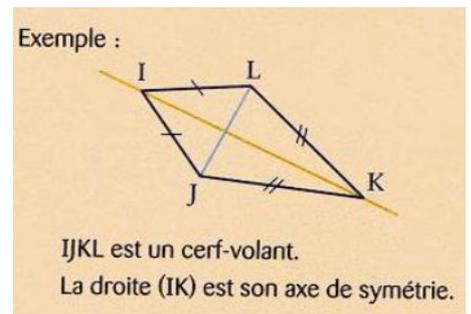


- Le triangle équilatéral possède trois axes de symétrie : **les médiatrices de ses côtés.**

e) Quadrilatères

- Cerf-volant : C'est un quadrilatère ayant deux paires de côtés consécutifs de même longueur et dont les diagonales sont à l'intérieur.

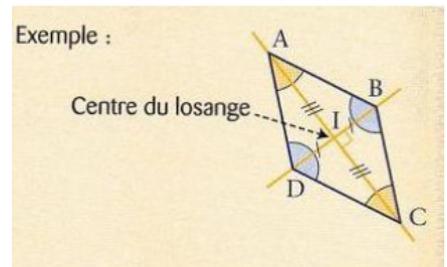
Le cerf-volant possède un seul axe de symétrie : **la droite portant une de ses diagonales.**



- Losange : Il possède deux axes de symétrie, **ses diagonales.**

Propriétés :

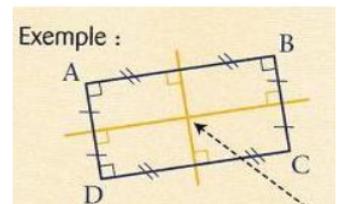
- Les diagonales se coupent en leur milieu
- les diagonales sont perpendiculaires
- les angles opposés ont la même mesure



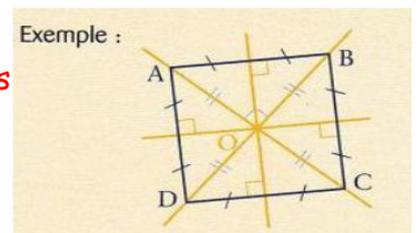
- Rectangle : Il possède deux axes de symétrie, **les médiatrices des côtés**

Propriétés :

- les côtés opposés ont la même longueur
- les diagonales se coupent en leur milieu
- les diagonales ont la même mesure



- Carré : Il possède quatre axes de symétrie, **les diagonales et les médiatrices des côtés.**



BILAN

- Une figure peut avoir un ou plusieurs axe(s) de symétrie.
- Un axe de symétrie : le triangle isocèle et le cerf-volant.
 - Deux axes de symétrie : le rectangle et le losange.
 - Trois axes de symétrie : le triangle équilatéral.
 - Quatre axes de symétrie : le carré.