

CHAPITRE VIII : ECRITURES FRACTIONNAIRES

I. Vocabulaire

Définition : Si a et b ($b \neq 0$) sont des entiers, alors le quotient de a par b , noté $\frac{a}{b}$ est appelé **fraction**. a s'appelle le **numérateur** et b s'appelle le **dénominateur**.

II. Quotients égaux

Propriété : On ne change pas un nombre en écriture fractionnaire en multipliant (ou divisant) son numérateur et son dénominateur par un même nombre non nul.

Si a, b, k sont des nombres non nul

$$\frac{a}{b} = \frac{a \times k}{b \times k} \quad \frac{a}{b} = \frac{a : k}{b : k} \quad \text{Exemple : } \frac{3}{4,2} = \frac{3 \times 10}{4,2 \times 10} = \frac{30}{42}$$

III. Addition et soustraction

1er cas : Les fractions ont le même dénominateur

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b}$$

exemple : $\frac{4}{13} + \frac{7}{13} = \frac{4+7}{13} = \frac{11}{13}$

$$\frac{a}{b} - \frac{c}{b} = \frac{a-c}{b}$$

exemple : $\frac{4}{13} - \frac{7}{13} = \frac{4-7}{13} = \frac{-3}{13}$

2e cas : Les dénominateurs sont différents

Il faut mettre les fractions au même dénominateur et appliquer le cas 1.

Exemple : $\frac{5}{6} + \frac{7}{4} = \frac{5 \times 2}{6 \times 2} + \frac{7 \times 3}{4 \times 3} = \frac{10}{12} + \frac{21}{12} = \frac{31}{12}$

IV. Fraction d'une quantité

Calculer une fraction d'une quantité c'est multiplier cette fraction par la quantité.

Exemple : Calculer $\frac{7}{3}$ de 12 revient à faire

$$\frac{7}{3} \times 12 = \frac{7 \times 12}{3} = \frac{84}{3} = 28$$

V. Multiplication

Si a, b, c et f sont des nombres relatifs non nuls,

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{f} = \frac{a \times c}{b \times f}$$

Exemples : $\frac{4}{3} \times \frac{5}{7} = \frac{4 \times 5}{3 \times 7} = \frac{20}{21}$ $\frac{25}{14} \times \frac{7}{15} = \frac{5 \times 5 \times 7}{7 \times 2 \times 3 \times 5} = \frac{5}{6}$

Pour calculer deux cinquièmes de trois septièmes, on calcule $\frac{2}{5} \times \frac{3}{7}$

VI. Inverse d'un nombre non nul

a) Définition : L'inverse d'un nombre a non nul est $\frac{1}{a}$, noté aussi a^{-1}

Exemples : L'inverse de 5 est $\frac{1}{5}$ ou 0,2 ; l'inverse de -7 est $\frac{-1}{7}$

Remarque : 0 n'a pas d'inverse car la division par zéro n'existe pas
Nous verrons dans le dernier paragraphe pourquoi elle n'existe pas.

b) Inverse d'une fraction : L'inverse d'une fraction $\frac{a}{b}$ est la fraction $\frac{b}{a}$

Exemple : L'inverse de $\frac{3}{5}$ est $\frac{5}{3}$

VII. Division

Si a, b, c et f sont des nombres relatifs non nuls,

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{f} = \frac{a}{b} \times \text{inverse de } \frac{c}{f} = \frac{a}{b} \times \frac{f}{c} = \frac{a \times f}{b \times c}$$

Exemples : $\frac{3}{5} \div \frac{4}{7} = \frac{3}{5} \times \frac{7}{4} = \frac{21}{20}$

VIII. Autre définition de l'inverse

Définition : Deux nombres relatifs sont inverses lorsque leur produit est égal à 1

Exemples : Comme $2 \times 0,5 = 1$ alors 2 et 0,5 sont inverses.

Comme $5 \times \frac{1}{5} = 1$ donc $\frac{1}{5}$ est bien l'inverse de 5

Comme $\frac{3}{4} \times \frac{4}{3} = \frac{12}{12} = 1$ donc $\frac{4}{3}$ est bien l'inverse de $\frac{3}{4}$

Remarque : $0 \times \dots = 1$ n'existe pas alors 0 n'a pas d'inverse et la division par zéro n'existe pas