

CHAPITRE IV : DEVELOPPEMENT ET FACTORISATION

I. Règles de simplification

a) Règles : On peut supprimer le signe opératoire \times :

- Entre deux lettres : $a \times b = ab$
- Entre une lettre et un nombre : $3 \times a = a \times 3 = 3a$; $(-5) \times (-3) \times a = 15 \times a = 15a$
- Entre des nombres, des lettres et des parenthèses :
 $4 \times (5 - t) = 4(5 - t)$ $(5xa + 7xb) \times (a - b) = (5a + 7b)(a - b)$

Remarque : $(-5) \times 4 = -20$ et on ne peut écrire -54 !

b) Conventions : Les facteurs d'un produit s'écrivent dans l'ordre suivant

1. Nombres isolés hors parenthèses
2. Lettres hors parenthèses, écrites dans l'ordre alphabétique
3. Produit des parenthèses

Exemples : $(7x + 9) \times f \times a \times 4$ s'écrit $4af(7x + 9)$

c) Notations : a désigne un nombre relatif

- $a \times a$ se note a^2 et se lit « a au carré » ou « a exposant 2 »
- $a \times a \times a$ se note a^3 et se lit « a au cube » ou « a exposant 3 »
- $(-x) \times y = x \times (-y) = -xy$
- $(-x) \times (-y) = xy$

Exemples : $6 \times 6 = 6^2$; $y \times y \times y = y^3$

d) Somme : Une expression littérale est une somme lorsque la dernière opération est une addition ou une soustraction.

e) Produit : Une expression littérale est un produit lorsque la dernière opération est une multiplication.

Exemples :

$7x + 9x^2$ est une somme car dans l'ordre des priorités opératoires la dernière opération à effectuer est l'addition

$6x(3x + 1)$ est un produit car la dernière opération est la multiplication entre x et la parenthèse.

II. Réduire une expression littérale

a) Réduire une somme : C'est l'écrire avec le moins de termes possibles

Exemples : Réduire $E = 7x + 4x$ et $F = 5x^2 - x + 7 - 2x^2 + 3x - 4$

- $E = 7x + 4x = 7 \times x + 4 \times x = (7 + 4)x = 11x$
- $F = 5x^2 - x + 7 - 2x^2 + 3x - 4 = (5 - 2)x^2 + (-1 + 3)x + 3 = 3x^2 + 2x + 3$

b) Suppression des parenthèses

Propriété de la somme : Ajouter une expression revient à ajouter chacun de ses termes

$$a, b, c \text{ désignent des nombres relatifs : } a + (b + c) = a + b + c$$

Exemples :

- $2 + (x + 3y) = 2 + x + 3y$
- $a + (7 - 2b) = a + 7 - 2b$
- $s + (-t + r - 4) = s - t + r - 4$

Propriété de la différence :

Soustraire une expression revient à ajouter l'opposé de chaque terme

$$a, b, c \text{ désignent des nombres relatifs : } a - (b + c) = a - b - c$$

Exemples :

- $5 - (2x + y) = 5 - 2x - y$
- $b - (3 - 4b) = b - 3 + 4b$

Remarque :

- On peut supprimer des parenthèses précédées d'un signe + en supprimant ce signe + et sans changer les signes des termes de la parenthèse
- On peut supprimer des parenthèses précédées d'un signe - en supprimant ce signe - et en changeant tous les signes des termes de la parenthèse

III. Distributivité de la multiplication

a) Développement d'une expression :

Un développement est une transformation d'un produit en une somme

k, a, b désignent des nombres relatifs

$$\begin{array}{ccc} \text{Produit} & & \text{Somme} \\ & & k(a + b) = ka + kb \\ \hline & \xrightarrow{\text{Développement}} & \end{array}$$

Exemples : Développer $A = 3(5x + 7)$ et $B = -4(x - 9)$

- $A = 3(5x + 7) = 3 \times 5x + 3 \times 7 = 15x + 21$
- $B = -4(x - 9) = -4 \times x + (-4) \times (-9) = -4x + 36$

b) Double distributivité :

a, b, c, et d désignent des nombres relatifs :

$$(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$$

Exemple : Développer $G = (x + 2)(3 - y)$

$$G = (x + 2)(3 - y) = x \times 3 + x \times (-y) + 2 \times 3 + 2 \times (-y) = 3x - xy + 6 - 2y$$

c) Factorisation d'une expression :

Une factorisation est une transformation d'une somme en un produit

k, a, b désignent des nombres relatifs

$$\begin{array}{ccc} \text{Somme} & & \text{Produit} \\ & & ka + kb = k(a + b) \\ \hline \xrightarrow{\text{Factorisation}} & & \end{array}$$

Exemples : Factoriser $C = 3 + 15x$ et $D = -8x^2 + 12x$

$$C = 3 + 15x = 3 \times 1 + 3 \times 5x = 3(1 + 5x)$$

$$D = -8x^2 + 12x = 4x \times (-2x) + 4x \times 3 = 4x(-2x + 3)$$