

Exercice 1 : 6 pts

Deux classes d'un collège ont passé un test noté sur 10 en mathématiques.
Les deux classes ont communiqué les résultats de deux façons différentes.

Classe n°1 :

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1	Note sur 10 pts	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Effectif total
2	Effectif	2	1	0	4	7	6	4	3	0	0	0	

Classe n°2 :

- Effectif total : 25
- Moyenne : 4
- Etendue : 8
- Médiane : 6

1. Comparer la moyenne au test de chaque classe. (2 pts)

Calculons la moyenne au test de la classe n°1 :

Elle vaut $\frac{2 \times 0 + 1 \times 1 + 0 \times 2 + 4 \times 3 + \dots + 0 \times 10}{2 + 1 + 0 + 4 + \dots + 0} = \frac{116}{27} = 4,2962\dots$ 1 pt

Comme 4,2962.. > 4 alors la classe n°1 a une meilleure moyenne que la classe n°2. 1 pt

2. Une classe est considérée comme ayant bien réussi un test lorsque la moitié des élèves ou plus ont une note supérieure à 6. Ces deux classes, ont-elles bien réussi le test ? (2 pts)

D'après le tableau d'effectifs de la classe n°1, 7 élèves sur 27 ont une note supérieure ou égale à 6. Or, 7 est inférieur à la moitié de 27 (qui vaut 13,5) donc la classe n°1 n'a pas réussi le test. 1 pt

Par définition de la médiane, au moins la moitié des valeurs de la série lui sont supérieures ou égales donc la classe n°2 a réussi le test. 1 pt

3. Dans quelle classe se trouve l'élève ayant la meilleure note ? 1 pt

D'après le tableau d'effectifs de la classe n°1, le meilleur élève de cette classe a une note de « 7/20 ».

Le moins bon élève de la classe n°2 ne peut avoir une note inférieure à « 0/20 ». Et comme l'étendue de la série des notes de cette classe vaut 8, alors la meilleure note de cette classe vaut au moins 0+8 soit « 8/20 ».

Par conséquent c'est dans la classe n°2 qu'on trouve la note la plus élevée.

4. Quelle formule doit-on écrire dans la cellule M2 pour calculer l'effectif total de la classe 1 ?

1 pt

On peut écrire, « $=B^2+C^2+\dots+L^2$ » ou plus simplement,

« $=\text{SOMME}(B^2 : L^2)$ ».

Exercice 2 : 6 pts

Deux figures codées sont données ci-dessous. Elles ne sont pas dessinées en vraie grandeur. Pour chacune d'elles déterminer la mesure de l'angle \widehat{ABC} .

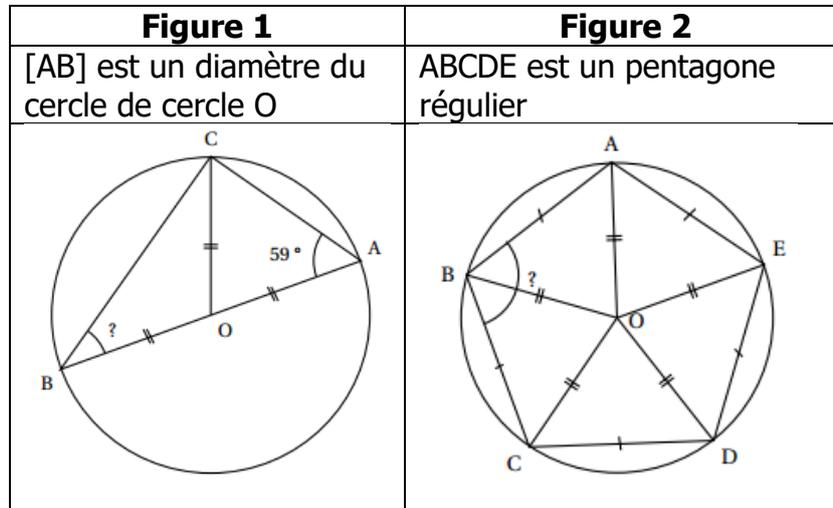


Figure 1 : 3 pts

Si un côté d'un triangle est un diamètre de son cercle circonscrit, alors ce triangle est rectangle, donc $\widehat{BCA} = 90^\circ$. 1 pt

De plus, la somme des angles d'un triangle vaut 180° , 1 pt

alors $\widehat{ABC} = 180^\circ - (\widehat{BAC} + \widehat{BCA}) = 180^\circ - (90^\circ + 59^\circ) = 31^\circ$. $\widehat{ABC} = 31^\circ$. 1 pt

Figure 2 : 3 pts

Les angles au centre joignant deux sommets consécutifs d'un polygone régulier sont égaux. Ainsi, $\widehat{AOB} = 360^\circ : 5 = 72^\circ$. 1 pt

De plus, les angles à la base d'un triangle isocèle sont égaux et la somme des angles d'un triangle vaut 180° , donc $\widehat{ABO} = \frac{180^\circ - 72^\circ}{2} = 54^\circ$ 1 pt

Par conséquent, $\widehat{ABC} = 2 \times 54^\circ = 108^\circ$. 1 pt

Exercice 3 : 4 pts

Voici les réponses proposées par un élève à un exercice.

Pour chacune de ces réponses, expliquer pourquoi elle est exacte ou inexacte.

1. $2 + \frac{4}{3} = \frac{6}{3}$

2. $\frac{4 \times \sqrt{24}}{\sqrt{6}} = 8$

3. $(x - 1)(x - 2) - x^2 = 3x + 2$

1) $2 + \frac{4}{3} = \frac{6}{3} + \frac{4}{3} = \frac{6+4}{3} = \frac{10}{3}$ et non $\frac{6}{3}$ Réponse inexacte. 1 pt

2) $\frac{4 \times \sqrt{24}}{\sqrt{6}} = \frac{4 \times \sqrt{6 \times 4}}{\sqrt{6}} = \frac{4 \times \sqrt{6} \times \sqrt{4}}{\sqrt{6}} = 4\sqrt{4} = 4 \times 2 = 8.$ Réponse exacte. 1 pt

3) $(x - 1)(x - 2) - x^2 = x^2 - 2x - x + 2 - x^2 = -3x + 2$ et non $3x + 2.$

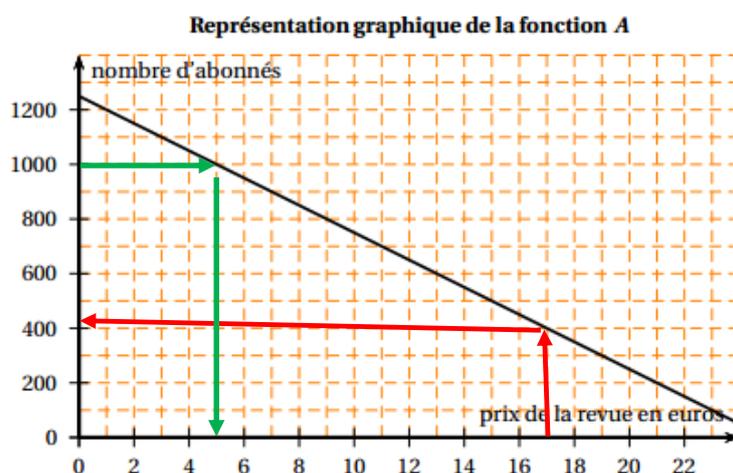
Réponse inexacte. (1,5pt calcul + 0,5 pt rép)

Exercice 4 : 3 pts

Le nombre d'abonnés à une revue dépend du prix de la revue.

Pour un prix x compris entre 0 et 20 €, le nombre d'abonnés est donné par la fonction A telle que

$$A(x) = -50x + 1\,250$$



1. Vérifier par le calcul que $A(10) = 750$ et interpréter le résultat. 1 pt

$A(10) = -50 \times 10 + 1\,250 = -500 + 1\,250 = 750.$ $A(10) = 750.$

2. Déterminer graphiquement le nombre d'abonnés pour un prix de la revue de 17 €. 1 pt

400 abonnés (voir flèches rouges).

3. Déterminer graphiquement le prix de la revue pour 1 000 abonnés 1 pt

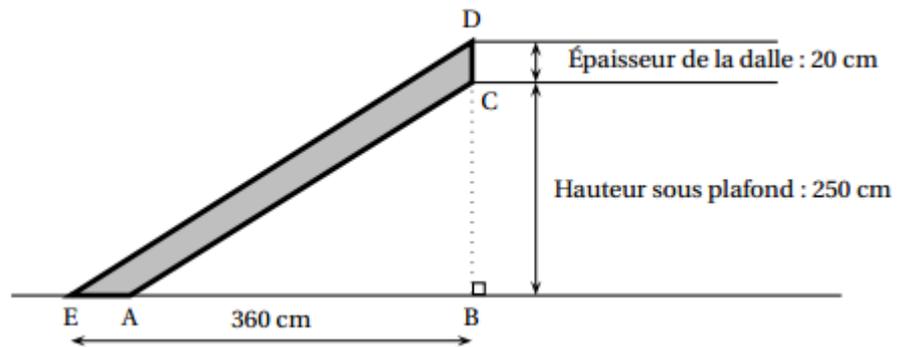
5 €. (voir flèches vertes).

Exercice 5 : 7 pts

Germaine souhaite réaliser un escalier pour monter à l'étage de son appartement. Elle a besoin pour cela de connaître les dimensions du limon (planche dans laquelle viendront se fixer les marches de cet escalier). Elle réalise le croquis ci-dessous.

Sur ce croquis :

- Le limon est représenté par le quadrilatère ACDE
 - Les droites (AC) et (ED) sont parallèles
 - Les points E, A, B sont alignés
 - Les points D, C, B sont alignés
1. Prouver que $ED = 450$ cm 2 pts



On sait que EBD est rectangle en B.

On peut alors appliquer le théorème de Pythagore. 0,5 pt

On obtient, $ED^2 = EB^2 + BD^2$

$$ED^2 = 360^2 + 270^2$$

$$ED^2 = 129\,600 + 72\,900 \quad 1 \text{ pt}$$

$$ED^2 = 202\,500$$

Ainsi, $ED = \sqrt{202\,500}$

$ED = 450$ cm. 0,5 pt

2. Calculer les dimensions AC et AE de cette planche. Arrondir au dixième. 5 pts

On sait que les droites (DC) et (EA) sont sécantes en B. De plus, (ED) et (AC) sont parallèles. 0,5 pt

On peut alors appliquer le théorème de Thalès. 0,5 pt

On obtient, $\frac{BA}{BE} = \frac{BC}{BD} = \frac{AC}{ED}$ 1 pt

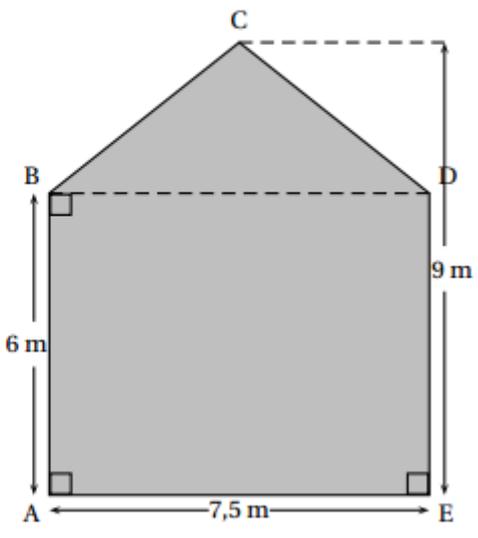
$$\frac{BA}{360} = \frac{250}{270} = \frac{AC}{450}$$

Et ainsi, $AC = \frac{450 \times 250}{270} = 416,666666\dots \approx 416,7$. $AC \approx 416,7$ cm. 1 pt

Et, $BA = \frac{360 \times 250}{270}$ d'où $AE = EB - AB = 360 - \frac{360 \times 250}{270} = 26,666\dots$

$BA \approx 26,7$ cm. 2 pts

Exercice 6 : Agnès envisage de peindre la façade de son hangar. 7 pts

<p>Information 1 : Caractéristiques de la peinture utilisée.</p> <p>Renseignements concernant un pot de peinture</p> <table border="1"><tr><td>Volume : 6 l</td></tr><tr><td>Temps de séchage : 8 h</td></tr><tr><td>Surface couverte : 24 m²</td></tr><tr><td>Monocouche*</td></tr><tr><td>Prix : 103,45 €</td></tr></table> <p>* Une seule couche de peinture suffit.</p>	Volume : 6 l	Temps de séchage : 8 h	Surface couverte : 24 m ²	Monocouche*	Prix : 103,45 €	<p>Information 2 : schéma de la façade (le schéma n'est pas à l'échelle) La zone grisée est la zone à peindre.</p> 
Volume : 6 l						
Temps de séchage : 8 h						
Surface couverte : 24 m ²						
Monocouche*						
Prix : 103,45 €						

1. Quel est le montant minimum à prévoir pour l'achat des pots de peinture ? 4 pts

Calculons tout d'abord l'aire A_{BCD} du triangle BCD : 1 pt

$$A_{BCD} = \frac{\text{Base} \times \text{Hauteur}}{2} = \frac{7,5 \times (9 - 6)}{2} = \frac{7,5 \times 3}{2} = \frac{22,5}{2} = 11,25.$$

$$A_{BCD} = 11,25 \text{ m}^2.$$

Calculons maintenant l'aire A_{ABDE} du rectangle ABDE : 1 pt

$$A_{ABDE} = \text{Longueur} \times \text{largeur} = AE \times AB = 7,5 \times 6 = 45.$$

$$A_{ABDE} = 45 \text{ m}^2.$$

Déduisons-en l'aire $A_{Façade}$ de la façade. 0,5 pt

$$A_{Façade} = A_{BCD} + A_{ABDE} = 11,25 \text{ m}^2 + 45 \text{ m}^2.$$

$$A_{Façade} = 56,25 \text{ m}^2.$$

Calculons le nombre N de pots à acheter :

$$N = \text{Partie entière} \frac{A_{Façade}}{\text{Aire couverte par un pot}} + 1 = \text{Partie entière} \frac{56,25}{24} + 1 =$$

$$N = \text{Partie entière} (2,34375) + 1 = 2 + 1 = 3.$$

Il faut donc acheter 3 pots. 0,5 pt

D'où le prix P de la peinture :

$$P = N \times \text{Prix d'un pot} = 3 \times 103,45 \text{ €} = 310,35 \text{ €}.$$

Il faut payer 310,35 €. 1 pt

2. Agnès achète la peinture et tout le matériel dont elle a besoin pour ses travaux. Le montant total de la facture est de 343,50 €.
Le magasin lui propose de régler $\frac{2}{5}$ de la facture aujourd'hui et le reste en trois mensualités identiques. Quel sera le montant de chaque mensualité ? 3 pts

Calculons tout d'abord le montant à régler de suite : 1 pt

$$\frac{2}{5} \times 343,50 \text{ €} = \frac{2 \times 343,50 \text{ €}}{5} = 137,40 \text{ €}$$

Soit 137,40€ à régler de suite.

Calculons maintenant le solde à régler en trois fois : 1 pt

$$343,50 \text{ €} - 137,40 \text{ €} = 206,10 \text{ €}$$

Soit 206,10€ à payer en 3 fois.

Déduisons-en le montant d'une mensualité : 1 pt

$$\frac{206,10}{3} = 68,7.$$

Soit 68,70 € pour chaque mensualité.

Exercice 7 : 3 pts (ne mettre qu'un point sur 3 s'il se contente d'un exemple numérique)

« Je prends un nombre entier. Je lui ajoute 3 et je multiplie le résultat par 7. J'ajoute le triple du nombre de départ au résultat et j'enlève 21. J'obtiens toujours un multiple de 10. »

Est-ce vrai ? Justifier.

Soit x le nombre de départ.

La séquence de calculs précédente donne alors,

$$(x + 3) \times 7 + 3x - 21$$

$$= 7x + 21 + 3x - 21 \quad 2 \text{ pts}$$

$$= 10x.$$

Le résultat étant le produit de 10 par un entier x , alors le résultat est bien un multiple de 10. 1 pt