

CHAPITRE XII : DIVISIONS

I. Division euclidienne

a) Définition : Effectuer une division euclidienne de deux entiers, c'est trouver le quotient entier et le reste entier. Le reste doit être inférieur au diviseur.

$$\text{Dividende} = \text{Quotient} \times \text{Diviseur} + \text{Reste} \quad \text{avec} \quad \text{Reste} < \text{Diviseur}$$

Exemple : Effectuer la division euclidienne de 63 par 5
 $63 = 12 \times 5 + 3$

63 est le dividende ; 5 est le diviseur ; 12 est le quotient et 3 est le reste ($3 < 5$)

b) Méthode : Effectuer la division euclidienne de 38 par 4

1. On encadre le dividende 38 par deux multiples de 4 $4 \times 9 < 38 < 4 \times 10$
2. Le quotient est 9 (dans le multiple de gauche)
3. On soustrait le dividende par ce multiple : $38 - 36 = 2$, le reste vaut 2
4. Ainsi : $38 = 4 \times 9 + 2$

c) Technique opératoire

dividende	→	4	5	8	9	8	7	←	diviseur
		-	4	3	5	5	2	←	quotient
			2						
			-	1	7				
			reste						
				6	5				

II. Divisibilité

a) Définition : Si le reste de la division euclidienne est égal à zéro. Le dividende est un **multiple** du diviseur. On dit qu'il est **divisible par** le diviseur.

Exemple : $450 = 45 \times 10$

450 est un multiple de 10 mais aussi de 45
450 est divisible par 10 et par 45
10 est un diviseur de 450

b) Critères de divisibilité :

- Divisibilité par 2 : Si un nombre entier a pour chiffre des unités 0, 2, 4, 6 ou 8 ; alors il est divisible par 2.

Exemple : 4 564 est divisible par 2 car son chiffre des unités est 4
mais 56 781 n'est pas divisible par 2 car son chiffre des unités est 1

- Divisibilité par 3 : Si la somme des chiffres d'un nombre entier est divisible par 3 ; alors ce nombre est divisible par 3.

Exemple : 4236 est divisible par 3 car $4 + 2 + 3 + 6 = 15$ qui est un multiple de 3

- Divisibilité par 4 : Si le nombre formé par les deux derniers chiffres d'un nombre entier est divisible par 4 ; alors ce nombre entier est un multiple de 4.

Exemple : 4236 est divisible par 4 car 36 est un multiple de 4
mais 711 n'est pas un multiple de 4 car 11 n'est pas un multiple de 4

- Divisibilité par 5 : Si un nombre entier a pour chiffre des unités 0 ou 5 ; alors il est divisible par 5.

Exemple : 650 est divisible par 5 car son chiffre des unités est 0
mais 7864 n'est pas un multiple de 5 car son chiffre des unités est 4

- Divisibilité par 9 : Si la somme des chiffres d'un nombre entier est divisible par 9 ; alors ce nombre est divisible par 9.

Exemple : 4236 n'est pas divisible par 9 car $4 + 2 + 3 + 6 = 15$ qui n'est pas un multiple de 9

- Divisibilité par 10 : Si un nombre entier a pour chiffre des unités 0 ; alors il est divisible par 10.

Exemple : 3 450 est divisible par 10 car son chiffre des unités est 0

Site pour trouver l'ensemble des critères de divisibilité
http://fr.wikipedia.org/wiki/Liste_de_crit%C3%A8res_de_divisibilit%C3%A9

III. Division décimale

a) Définition : Soit a un nombre décimal et b un nombre entier non nul
On appelle quotient de a par b le nombre qui, multiplié par b, donne a.

On le note a : b ou $\frac{a}{b}$

b) Technique opératoire :

1er cas : La division « s'arrête »

Ex 1
$$\begin{array}{r} 27,9 \\ 5 \overline{) 29} \\ \underline{29} \\ 40 \\ \underline{40} \\ 0 \end{array}$$
 L'écriture 5,58 est la valeur exacte du quotient
On peut écrire : $27,9 : 5 = 5,58$

Ex 2 :

$$\begin{array}{r} 0,416 \\ - 0 \\ \hline 04 \\ - 4 \\ \hline 01 \\ - 0 \\ \hline 16 \\ - 16 \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 4 \\ 0,104 \end{array}$$

Ex 3 :

$$\begin{array}{r} 126,81 \\ 36081 \\ \hline 081 \\ - 81 \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 9 \\ 14,09 \end{array}$$

2ème cas : La division « ne s'arrête pas »

$$\begin{array}{r} 27,9 \\ 11 \overline{) 279} \\ \underline{59} \\ 40 \\ \underline{70} \\ 4 \end{array}$$
 Les écritures 2,5 ; 2,53 ; 2,536 sont des valeurs approchées du quotient
On peut écrire : $27,9 : 11 \approx 2,53$