Note : …………/20	**Corrigé du contrôle n°1 – sujet B** Avec calculatrice	Nom : Classe : 1S2

<u>Exercice 1</u> : ***(10 pts)*** Soit $f(x) = -4x^2 - 7x + 11$

1. $-4\left(x^2 + \frac{7}{4}x - \frac{11}{4}\right) = -4\left(\left(x + \frac{7}{8}\right)^2 - \frac{49}{64} - \frac{11}{4}\right) = -4\left(\left(x + \frac{7}{8}\right)^2 - \frac{225}{64}\right) = -4\left(x + \frac{7}{8}\right)^2 + \frac{225}{16}$
2. Les solutions de $f(x) = 0$ sont les racines de f.
$$\Delta = b^2 - 4ac = (-7)^2 - 4 \times (-4) \times 11 = 49 + 176 = 225$$

Comme $\Delta > 0$, l'équation admet deux solutions : $x_1 = \frac{7-\sqrt{225}}{2\times(-4)} = \frac{-8}{-8} = 1$ et $x_2 = \frac{7+\sqrt{225}}{2\times(-4)} = \frac{22}{-8} = -\frac{11}{4}$

$$S = \{-\frac{11}{4}\,;1\}$$

3. Les racines de f sont $-\frac{11}{4}$ et 1 donc f se factorise sous la forme : $f(x) = -4\left(x + \frac{11}{4}\right)(x - 1)$
4. Comme $a = -4 < 0$ le tableau de variation est :

x	$-\infty$	$-\frac{7}{8}$	$+\infty$
$f(x)$	$\nearrow$	$\frac{225}{16}$	$\searrow$

5. Comme $a = -4 < 0$ le tableau de signe est :

x	$-\infty$		$-\frac{11}{4}$		1		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

6. Le sommet a pour coordonnées $S\left(-\frac{7}{8}\,;\frac{225}{16}\right)$
7. L'axe de symétrie a pour équation : $x = -\frac{7}{8}$
8. La figure c est la représentation graphique de la fonction f
9. $A\left(-\frac{11}{4};0\right)\,;B\left(-\frac{7}{8}\,;\frac{225}{16}\right)\,;C(0;\ 11)\ et\ D(1\,;0)$

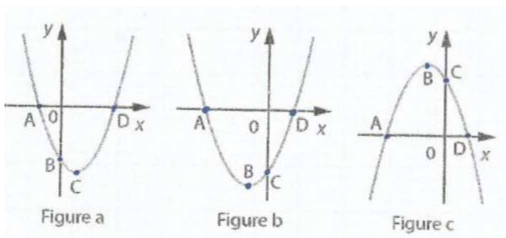


Figure a Figure b Figure c

<u>Exercice 2 :</u> ***(3 pts)***

On pose x l'arête du cube, on obtient l'équation : $(x+2)^3 = x^3 + 2\,402$

$$(x+2)^3 = x^3 + 2\,402$$
$$(x+2)^2(x+2) = x^3 + 2\,402$$
$$(x^2 + 4x + 4)(x+2) = x^3 + 2\,402$$
$$x^3 + 6x^2 + 12x + 8 = x^3 + 2\,402$$
$$6x^2 + 12x - 2394 = 0$$

C'est une équation du second degré, on calcule $\Delta = 12^2 - 4 \times 6 \times (-2394) = 57600$
Comme le discriminant est positif, l'équation admet deux solutions :

$$x_1 = \frac{-12-\sqrt{57600}}{12} = -21 \qquad x_2 = \frac{-12+\sqrt{57600}}{12} = 19$$

Or x représente l'arête du cube, c'est un nombre positif, ainsi l'arête du cube est 19 cm.

Exercice 3 : ***(2 pts)***

On calcule : $\Delta = 24^2 - 4 \times 9 \times 16 = -0$

Comme Δ est nul, le polynôme est toujours du signe de a et vaut zéro pour $x_0 = -\frac{24}{18} = -\frac{4}{3}$

Or $a = 9 > 0$; ainsi le polynôme est positif pour tous les réels et $S = \{-\frac{4}{3}\}$

Exercice 4 : ***(5 pts)***

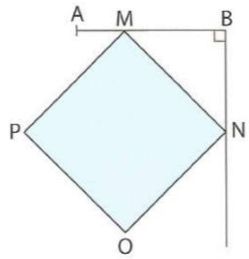
1. Comme AB mesure 5 cm et que M est un point de [AB] alors $x \in [0\,;5]$
2. Comme $AM = x$ et AB = 5 alors $MB = 5 - x$, de plus BN = 2AM = $2x$

Le triangle MBN est rectangle en B, d'après le théorème de Pythagore :

$$MN^2 = (5-x)^2 + (2x)^2 = 25 - 10x + x^2 + 4x^2 = 5x^2 - 10x + 25$$

Comme MNOP est un carré alors $S(x) = MN^2 = 5x^2 - 10x + 25$

3. On cherche : $5x^2 - 10x + 25 > 65$ soit $5x^2 - 10x - 40 > 0$



On cherche le signe de ce polynôme :

$$\Delta = (-10)^2 - 4 \times 5 \times (-40) = 900$$

Comme le discriminant est positif, il y a deux racines :

$x_1 = \frac{10-\sqrt{900}}{2\times 5} = -2$ et $x_2 = \frac{10+\sqrt{900}}{2\times 5} = 4$

Comme $a = 5 > 0$; le polynôme est strictement positif en dehors des racines, sur $]-\infty\,;\,-2[\cup]4\,;\,+\infty[$

Or $x \in [0\,;5]$ donc les valeurs de x pour lesquelles l'aire est strictement supérieure à 65 cm² sont $]4\,;5]$