Octobre 2017

Note : ..../20	**Corrigé du contrôle n°2** Avec calculatrice	Nom : Classe TSTI2D

Exercice 1 :

1. On calcule la dérivée de F : $F'(x) = \frac{2x(x)-(x^2-3)\times 1}{x^2} = \frac{2x^2-x^2+3}{x^2} = \frac{x^2+3}{x^2} = f(x)$

Ainsi F est bien une primitive de f

2. $F(x) = \frac{5}{2}\times\frac{x^3}{3} + 2\frac{x^2}{2} + \frac{3}{x} = k = \frac{5x^3}{6} + x^2 + \frac{3}{x} + k$ Or $F(1) = -1$

donc $F(1) = \frac{5\times 1^3}{6} + 1^2 + \frac{3}{1} + k = -1$ $k = -1 - \frac{5}{6} - 1 - 3 = -\frac{35}{6}$ $F(x) = \frac{5x^3}{6} + x^2 + \frac{3}{x} - \frac{35}{6}$

3. $G(t) = 3\frac{\sin(2t)}{2} + k$ Or $G\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$

donc $G\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{3}{2}\sin(2\times\frac{\pi}{2}) + k = 1$ $k = 1 - \frac{3}{2}\sin(\pi) = 1$ donc $G(t) = \frac{3}{2}\sin(2t) + 1$

4. $g(x) = (5x-2)^{-4}$ donc $G(x) = \frac{(5x-2)^{-4+1}}{(-4+1)\times 5} + k = \frac{(5x-2)^{-3}}{-3\times 5} + k$ donc $G(x) = -\frac{1}{15(5x-2)^3} + k$

Exercice 2 :

1. $f(4) = 4^3 - 60\times 4^2 + 900\times 4 - 500 = 2204$

L'entreprise fait un bénéfice de 2204 € pour la vente de 4 ordinateurs.

2. $f'(x) = 3x^2 - 120x + 900$
3. La dérivée est un polynôme du second degré, on calcule le discriminant :

$$\Delta = (-120)^2 - 4\times 3\times 900 = 3600$$

Comme il est positif, le polynôme admet deux racines : $x_1 = \frac{120-\sqrt{3600}}{2\times 3} = 10$ et $x_2 = \frac{120+\sqrt{3600}}{2\times 3} = 30$

Comme $a = 3 > 0$, on obtient le tableau de variation suivant :

x	0		10		30
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0
$f(x)$	-500	↗	3500	↘	-500

$f(0) = 0^3 - 60\times 0^2 + 900\times 0 - 500 = -500$

$f(10) = 10^3 - 60\times 10^2 + 900\times 10 - 500 = 3500$

$f(30) = 30^3 - 60\times 30^2 + 900\times 30 - 500 = -500$

4. Comme la dérivée s'annule en $x = 10$ et qu'elle change de signe, la fonction admet un maximum en $x = 10$.

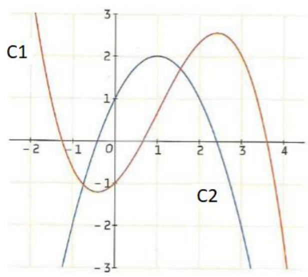
Ainsi l'entreprise doit fabriquer et vendre chaque jour 10 ordinateurs pour avoir un bénéfice maximal.

Exercice 3 :

a. Ainsi la fonction représentée par C2 est la dérivée de celle représentée par C1 ou bien la fonction représentée par C1 est une primitive de celle représentée par C2.

b. $F(x) = -\frac{x^3}{3} + 2\frac{x^2}{2} + x + k = -\frac{x^3}{3} + x^2 + x + k$

c. On utilise le fait que $F(0) = -1$



Ainsi : $F(0) = -\frac{0^3}{3} + 0^2 + 0 + k = -1$ soit $k = -1$

$$F(x) = -\frac{x^3}{3} + x^2 + x - 1$$