Note : ……../20	**Corrigé du devoir maison n°3**	Nom : Classe : TSTI2D1

<u>Exercice 1 :</u>

a) $a + \frac{b}{(x+3)^2} = \frac{a(x+3)^2+b}{(x+3)^2} = \frac{ax^2+6ax+9a+b}{(x+3)^2}$ On doit avoir $\frac{2x^2+12x+19}{(x+3)^2} = \frac{ax^2+6ax+9a+b}{(x+3)^2}$

Or deux polynômes sont égaux si et seulement si les coefficients de chaque monôme sont égaux.

Ainsi : $\begin{cases} a = 2 \\ 6a = 12 \\ 9a + b = 19 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 1 \end{cases}$ Par conséquent : $f(x) = \frac{2x^2+12x+19}{(x+3)^2} = 2 + \frac{1}{(x+3)^2}$

b) $f(x) = 2 + \frac{1}{(x+3)^2}$, toutes les primitives de f sont $F(x) = 2x - \frac{1}{(x+3)} + k$

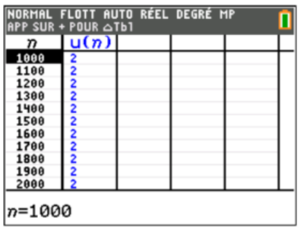
<u>Exercice 2</u> :

a) $u_{n+1} = -3 \times \frac{1}{5^{n+1}} = -3 \times \frac{1}{5} \times \frac{1}{5^n} = \frac{1}{5} \times \left(-3 \times \frac{1}{5^n}\right) = \frac{1}{5} \times u_n$, (u_n) est une suite géométrique de raison 1/5.

b) $u_0 = \left(\frac{1}{2}\right)^0 + 1 = 1 + 1 = 2$; $u_1 = \left(\frac{1}{2}\right)^1 + 1 = \frac{1}{2} + 1 = \frac{3}{2}$; $u_2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 + 1 = \frac{1}{4} + 1 = \frac{5}{4}$;

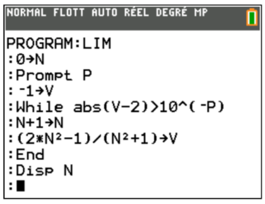
$\frac{u_1}{u_0} = \frac{3/2}{2} = \frac{3}{4}$; $\frac{u_2}{u_1} = \frac{5/4}{3/2} = \frac{5}{4} \times \frac{2}{3} = \frac{5}{6}$; comme les rapports ne sont pas égaux, la suite (u_n) n'est pas géométrique.

<u>Exercice 3</u> :



a) En faisant un tableau de valeurs sur la calculatrice, la limite semble être 2.

On peut aussi le deviner en gardant les monômes de plus grand degré : $\frac{2n^2}{n^2} = 2$



b) Grâce au programme, on trouve N = 548.

<u>Exercice 4</u> :

a) $u_n = 1{,}01^n$ u_n est de la forme q^n avec $q > 1$ or $\lim_{n\to+\infty} q^n = +\infty$ donc $\lim_{n\to+\infty} 1{,}01^n = +\infty$

b) $v_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n$ v_n est de la forme q^n avec $0 < q < 1$ or $\lim_{n\to+\infty} q^n = 0$ donc $\lim_{n\to+\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^n = 0$

c) (w_n) suite géométrique de raison q = 3 et $w_0 = -2$ or $\lim_{n\to+\infty} u_0 q^n = -\infty$ avec $q > 1$ et $u_0 < 0$

Donc $\lim_{n\to+\infty} w_n = -\infty$

<u>Exercice 5 :</u>

$5\,904{,}9 = 0{,}1 \times 3^{10}$

$$0{,}1 + 0{,}3 + 0{,}9 + 2{,}7 + \cdots + 5\,904{,}9 = 0{,}1 \times 1 + 0{,}1 \times 3 + 0{,}1 \times 3^2 + 0{,}1 \times 3^3 + \cdots + 0{,}1 \times 3^{10}$$

$$= 0{,}1 \times (1 + 3 + 3^2 + 3^3 + \cdots + 3^{10}) = 0{,}1 \times \frac{1 - 3^{11}}{1 - 3} = 8857{,}3$$

Exercice 6 :

Partie A

1.

VARIABLES	N est un entier naturel
	T est un nombre réel
INITIALISATION	Affecter à N la valeur 0
	Affecter à T la valeur 180
TRAITEMENT	Tant que T ≥ 80
	Affecter à T la valeur 0,84 × T + 3,2
	Affecter à N la valeur N+1
	Fin Tant que
SORTIE	Afficher N

2.

Valeur de N	0	1	2	3	4	5	6
Valeur de T	180	154	133	115	100	87	76
Condition T ≥ 80	Vraie	Vraie	Vraie	Vraie	Vraie	Vraie	Faux

3. En sortie, l'algorithme affiche N = 6, cela veut dire qu'après 6 minutes, la tepérature de la tarte est inférieure à 80°C.

Partie B :

1. a) $V_{n+1} = T_{n+1} - 20 = 0{,}84 \times T_n + 3{,}2 - 20 = 0{,}84 \times T_n - 16{,}8 = 0{,}84 \times (T_n - 20) = 0{,}84 \times V_n$
   Ainsi (V_n) est une suite géométrique de raison 0,84 et de premier terme $V_0 = T_0 - 20 = 180 - 20 = 160$
   b) $V_n = V_0 \times q^n = 160 \times 0{,}84^n$
   c) Comme $V_n = T_n - 20$ alors $T_n = V_n + 20 = 160 \times 0{,}84^n + 20$

2. On calcule $T_{n+1} - T_n$ et on regarde son signe :

$$\begin{aligned} T_{n+1} - T_n &= 160 \times 0{,}84^{n+1} + 20 - (160 \times 0{,}84^n + 20) = 160 \times 0{,}84^{n+1} - 160 \times 0{,}84^n \\ &= 160 \times 0{,}84^n(0{,}84 - 1) = -25{,}6 \times 0{,}84^n < 0 \end{aligned}$$

Par conséquent la suite (T_n) est strictement décroissante.

3. $T_n = 160 \times 0{,}84^n + 20$

Or $\lim\limits_{n\to+\infty} 0{,}84^n = 0$ car 0,84 < 1 donc $\lim\limits_{n\to+\infty} 160 \times 0{,}84^n = 0$ donc $\lim\limits_{n\to+\infty} 160 \times 0{,}84^n + 20 = 20$

Ainsi $\lim\limits_{n\to+\infty} T_n = 20$

Cette limite veut dire que la température de la tarte va se stabiliser à 20°C au bout d'un long moment.