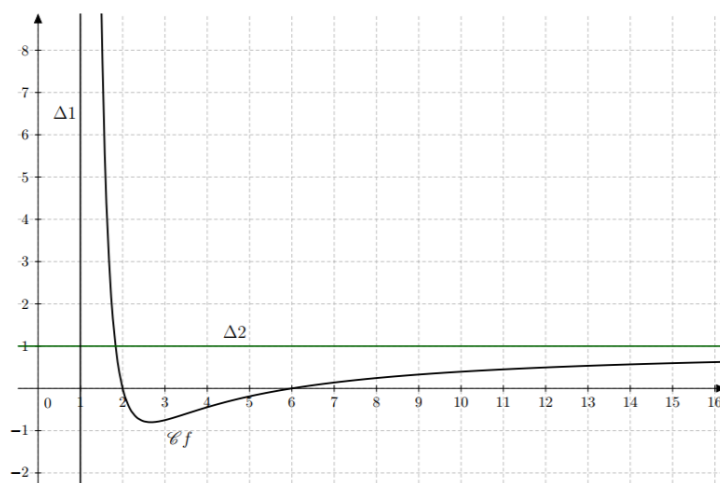


Note :/20	Devoir maison n°4	Nom : Classe TSTI2D1
-----------------	-------------------	-------------------------

Exercice 1 : Déterminer les limites des fonctions suivantes. Justifier

- a) $\lim_{x \rightarrow 2+} \frac{x-3}{-2x^2+5x-2}$
- b) Que peut-on dire de $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-3}{-2x^2+5x-2}$? Montrer que $\frac{x-3}{-2x^2+5x-2} = \frac{1-\frac{3}{x}}{-2x+5-\frac{2}{x}}$ pour $x \neq 0$ puis trouver la limite.
- c) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (7x-1)^4$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} (7x-1)^4$
- d) $\lim_{x \rightarrow 0+} \frac{1}{x} + \frac{2}{x^2} + 3$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x} + \frac{2}{x^2} + 3$
- e) $\lim_{x \rightarrow -\infty} -x + 1 + \frac{1}{x-2}$ et $\lim_{x \rightarrow 2-} -x + 1 + \frac{1}{x-2}$

Exercice 2 : On considère la fonction f définie sur $]1; +\infty[$, dont la représentation graphique obtenue sur l'écran d'une calculatrice est donnée sur la figure ci-dessous :



On précise que la courbe ne coupe l'axe des abscisses qu'en deux points et qu'elle admet la droite Δ_1 , qui est parallèle à l'axe des ordonnées et Δ_2 , parallèle à l'axe des abscisses comme asymptotes.

- Déterminer $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$
- Donner dans un tableau, le signe de $f(x)$ quand x varie dans $]1; +\infty[$.
- On admet que, pour tout x de $]1; +\infty[$, $f(x) = \frac{ax^2+bx+c}{(x-1)^2}$, où a, b, c sont des constantes.
 - Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax^2+bx+c}{(x-1)^2}$. En déduire la valeur de a . (Penser à factoriser $f(x)$ par x^2).
 - Lire $f(2)$ et $f(6)$ sur la figure et en déduire un système de deux équations permettant d'obtenir b et c .
 - Résoudre le système obtenu et donner l'expression de la fonction $f(x)$.

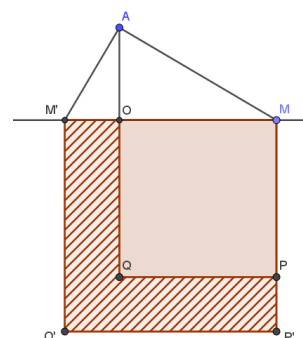
Exercice 3 : Soit f la fonction telle que : $f(x) = \frac{x+3}{x^2-x-2}$

- Déterminer l'ensemble de définition de f .
- Déterminer les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$ (pensez à factoriser par x). En déduire les asymptotes éventuelles.
- Déterminer les limites de f en -1 (à gauche et à droite) et les limites de f en 2 (à gauche et à droite). En déduire les asymptotes éventuelles.

Exercice 4 : facultatif

Soit OAM un triangle rectangle en O tel que $OA = 1$. On construit :

- Le point M' de la demi-droite opposé à $[OM]$ tel que MAM' soit rectangle en A.
- Les carrés OMPQ et $MM'Q'P'$ extérieurs au triangle AMM'



1. Faire une figure sur votre copie avec $OM = 5$ cm.

2. Figure sur Geogebra

	Instructions	Commande Geogebra
1	Créer le point A de coordonnées (0 ; 1)	Ligne de Saisie : $A=(0,1)$
2	Créer le point M sur l'axe des abscisses avec une abscisse positive	Point sur Objet , cliquer sur l'axe des abscisses Renommer le point M (clic droit sur le point)
3	Tracer le segment [AM]	Segment , cliquer sur A puis sur M
4	Placer le point M' sur $[OM]$ tel que MAM' soit rectangle en A	Perpendiculaire puis cliquer sur le segment [AM] et sur le point A Intersection puis cliquer sur la perpendiculaire et l'axe des abscisses
5	Tracer le segment $[AM']$	
6	Faire disparaître la perpendiculaire	Clic droit sur la perpendiculaire (en dehors du segment $[AM']$) et cliquer sur Afficher l'objet
7	Créer le carré OMPQ	Polygone régulier puis cliquer sur M puis sur O et taper 4 dans la boîte de dialogue
8	Créer le carré $MM'Q'P'$	
9	Afficher l'aire de la partie hachurée	Ligne de saisie : $S=\text{aire}[M,M',Q',P']-\text{aire}[M,O,P,Q]$
10	Placer le point N de coordonnées (xM ; S)	Ligne de saisie : $N=(x(M),S)$
11	Afficher la trace de N lorsque M s'éloigne de M	Clic droit sur N, cliquer sur Afficher la trace Faire bouger le point M en l'éloignant de O
12	Créer le polygone $M'OQPP'Q'$	Polygone puis cliquer sur M', O, Q, P, P', Q' puis à nouveau sur M'
13	Hachurer l'aire	Clic droit sur ce polygone $M'OQPP'Q'$ puis Propriétés, Style, Remplissage Hachures

3. Que devient l'aire de la partie hachurée lorsque M s'éloigne de O ?

4. Démonstration de cette conjecture :

a. On pose $OM = x$, exprimer l'aire A_1 du carré OMPQ en fonction de x

b. On admet que la longueur de la hauteur $[OA]$ issue du sommet de l'angle droit dans le triangle MAM' est donnée par $OA = OM \times OM'$. En déduire OM' en fonction de x .

c. Donner l'aire A_2 du carré $MM'Q'P'$ en fonction de x .

d. Déterminer $\lim_{x \rightarrow +\infty} (A_2(x) - A_1(x))$

e. Conclusion.