Février 2018

Note : ..../20	**Corrigé du contrôle n°8** Avec calculatrice – 50 min	Nom : Classe 1S2

Exercice 1 :

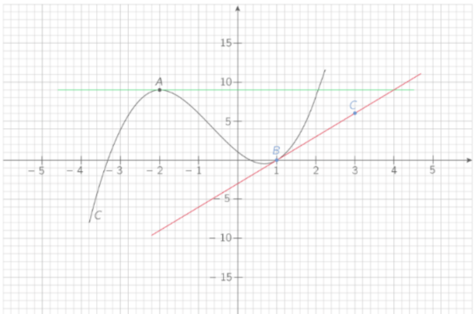
a) $\frac{f(x+h)-f(x)}{h}=\frac{\sqrt{x+h}-\sqrt{x}}{h}=\frac{(\sqrt{x+h}-\sqrt{x})(\sqrt{x+h}+\sqrt{x})}{h(\sqrt{x+h}+\sqrt{x})}=\frac{(x+h)-x}{h(\sqrt{x+h}+\sqrt{x})}=\frac{h}{h(\sqrt{x+h}+\sqrt{x})}=\frac{1}{\sqrt{x+h}+\sqrt{x}}$

b) Lorsque $x>0$, $\lim_{h\to 0}\frac{1}{\sqrt{x+h}+\sqrt{x}}=\frac{1}{2\sqrt{x}}$, comme $x\neq 0$, cette limite est un nombre réel et donc la fonction est dérivable pour tout $x>0$.

c) Lorsque $x=0$, $\lim_{h\to 0}\frac{1}{\sqrt{x+h}+\sqrt{x}}=\frac{1}{2\sqrt{x}}=\frac{1}{0}$ n'est pas défini à cause de la division par zéro. Donc la limite n'est pas un nombre réel et la fonction n'est pas dérivable en $x=0$.

Exercice 2 :

a) $f(-2)=9\,;f'(-2)=0$
$f(1)=0\,;f'(1)=\frac{6}{2}=3$



b) $T_{-2}:y=f'(-2)(x+2)+f(-2)=0(x+2)+9$
Donc T_{-2} a pour équation $y=9$
$T_1:y=f'(1)(x-1)+f(1)=3(x-1)+0$
Donc T_1 a pour équation $y=3x-3$

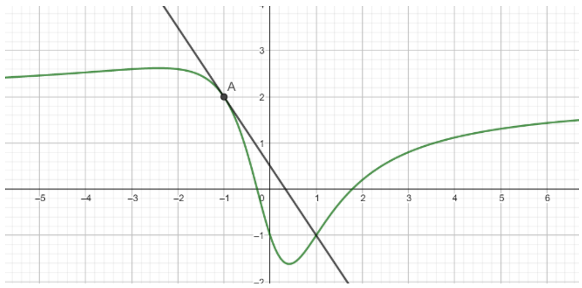
Exercice 3 :

Fonction	Domaine de définition de f	Fonction dérivée (écrire les calculs s'il en a)	Domaine de définition de f'
$5x^3-4x^2-2$	$\mathbb{R}$	$5\times 3x^2-4\times 2x=15x^2-8x$	$\mathbb{R}$
$7x+\frac{2}{x}-4\sqrt{x}$	$\mathbb{R}$+*	$7-\frac{2}{x^2}-4\times\frac{1}{2\sqrt{x}}=7-\frac{2}{x^2}-\frac{2}{\sqrt{x}}$	$\mathbb{R}$+*
$(1-2x)\sqrt{x}$	$\mathbb{R}+$	C'est un produit. $-2\times\sqrt{x}+(1-2x)\times\frac{1}{2\sqrt{x}}$ $=\frac{-2\sqrt{x}\times 2\sqrt{x}+1-2x}{2\sqrt{x}}=\frac{-6x+1}{2\sqrt{x}}$	$\mathbb{R}+*$

Exercice 4 : (5 pts) *15 min*

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x)=\frac{2x^2-3x-1}{x^2+1}$$



a) L'équation de la tangente en $a=-1$ a pour équation :
$y=f'(-1)(x+1)+f(-1)$

On commence par calculer la fonction dérivée de la fonction f.

Comme f est sous la forme $\frac{u}{v}$ alors $f'=\frac{u'v-uv\prime}{v^2}$ avec $\begin{cases}u(x)=2x^2-3x-1\\ v(x)=x^2+1\end{cases}$ et $\begin{cases}u'(x)=4x-3\\ v'(x)=2x\end{cases}$

Ainsi $f'(x)=\frac{(4x-3)(x^2+1)-(2x^2-3x-1)(2x)}{(x^2+1)^2}=\frac{4x^3+4x-3x^2-3-4x^3+6x^2+2x}{(x+1)^2}=\frac{3x^2+6x-3}{(x^2+1)^2}$

On calcule le nombre dérivé $f'(-1)=\frac{3\times(-1)^2+6\times(-1)-3}{((-1)^2+1)^2}=-\frac{3}{2}$

On calcule $f(-1)=\frac{2\times(-1)^2-3\times(-1)-1}{(-1)^2+1}=2$

Ainsi T_{-1} a pour équation : $y=-\frac{3}{2}(x+1)+2=-\frac{3}{2}x-\frac{3}{2}+1$ soit $y=-\frac{3}{2}x+\frac{1}{2}$