Révisions du BAC BLANC 2018 – Mathématiques

Date : Lundi 19 mars 2018, 8h-12h

Programme :

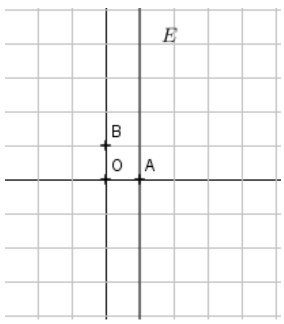
- **Dérivées de fonctions** (étude de fonctions, étude du signe de la dérivée, équation de la tangente)
- **Primitives de fonctions** (calcul de primitives, vérifier qu'une fonction est une primitive)
- **Suites** (suites géométriques, somme termes, variations, limites, algorithmes)
- **Produit scalaire et trigonométrie** (définition avec cosinus, avec projeté, avec composantes, formules trigo)
- **Limites de fonctions** (formes indéterminées, asymptotes, calcul de limites)
- **Fonctions logarithmes** (courbe, variations, dérivée, primitive, résolution équation ou inéquation)
- **Nombres complexes** (forme algébrique, forme trigonométrique, forme exponentielle)

Attention : PAS de fonctions exponentielles

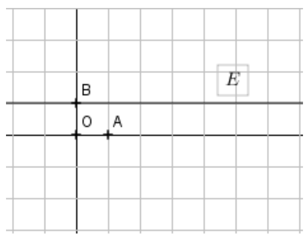
Exercice 1 : Pour chacune des questions suivantes, indiquer la bonne réponse. **Justifier vos réponses par des calculs**

1. Le plan est rapporté à un repère orthonormé (O ; $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OB}$). L'ensemble $\mathcal{E}$ des images des nombres complexes z vérifiant la relation $|z| = 1$ est représenté par :

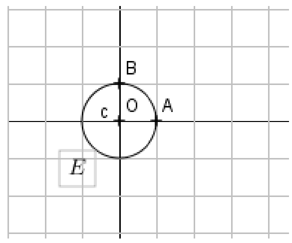
A



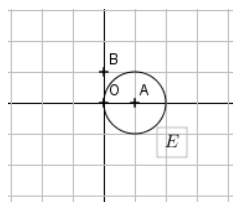
B



C



D



2. On considère les deux nombres complexes $z_1 = \sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$ et $z_2 = -\sqrt{3} + i$.
   Le produit $z_1 z_2$ est égal à :
   a) $2\sqrt{2}e^{i\frac{11\pi}{12}}$ b) $(1+\sqrt{3})(-1+i)$ c) $2\sqrt{2}e^{i\frac{13\pi}{12}}$ d) $1-\sqrt{3}+2i$
3. On considère le nombre $z = 3e^{-i\frac{\pi}{6}}$. Sa forme algébrique est :
   a) $-\frac{3\sqrt{3}}{2}+\frac{3}{2}i$ b) $\frac{3\sqrt{3}}{2}-\frac{3}{2}i$ c) $\frac{3\sqrt{3}}{2}+\frac{3}{2}i$ d) $-\frac{3\sqrt{3}}{2}-\frac{3}{2}i$
4. $z_1 = 1 + i\sqrt{3}$ et $z_2 = \sqrt{3} - i$. La forme exponentielle du nombre complexe $z_1 z_2$ est :
   a) $4e^{i\frac{\pi}{6}}$ b) $-4e^{-i\frac{\pi}{6}}$ c) $2e^{i\frac{\pi}{6}}$ d) $4e^{i\frac{\pi}{2}}$
5. La forme exponentielle du nombre complexe $z = -3 + i3\sqrt{3}$ est :
   a) $3e^{i\frac{2\pi}{3}}$ b) $6e^{i\frac{2\pi}{3}}$ c) $6e^{-i\frac{2\pi}{3}}$ d) $-6e^{-i\frac{2\pi}{3}}$
6. On considère le nombre complexe $z = \sqrt{2} - i\sqrt{2}$. Le nombre complexe z^2 est égal à :
   a) 2 b) 4 c) -4 d) $-4i$

Exercice 2 :

Le déficit d'une multinationale a été de 15 millions d'euros en 2014.
Devant l'ampleur de ce déficit, l'équipe de direction décide de prendre des mesures afin de ramener ce déficit annuel à moins de 5 millions d'euros. Jusqu'à ce que cet objectif soit atteint, cette équipe s'engage à ce que le déficit baisse de 8,6% tous les ans.

On note la suite (u_n) de la manière suivante :

- on note u_n le déficit en millions d'euros de cette multinationale lors de l'année 2014 + n. Ainsi $u_0 = 15$.

Dans tout l'exercice, les résultats seront arrondis à 10^{-3}.

1. a) Montrer que $u_1 = 0{,}914\, u_0$
   b) Si l'équipe de direction tient ses engagements, quel sera le déficit de la multinationale en 2016 ?
   c) Démontrer que la suite (u_n) est géométrique, puis exprimer u_n en fonction de n.

2. a) Résoudre l'inéquation suivante d'inconnue l'entier naturel n : $0{,}914^n \leq \frac{1}{3}$

b) Quand l'engagement de l'équipe de direction, à savoir ramener le déficit de la multinationale au-dessous des 5 millions, sera-t-il atteint ?

3. On considère l'algorithme ci-dessous qui permet de retrouver le résultat de la question précédente.

```
Variables
        N un entier naturel
        Q et U deux nombres réels.
Début
        N prend la valeur 0
        Q prend la valeur 0,914
        U prend la valeur 15
        Tant que ... faire
            | N prend la valeur ...
            | U prend la valeur ...
        Fin Tant que
        Afficher ...
Fin
```

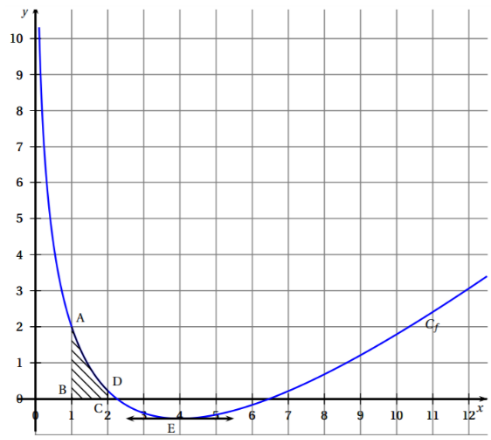
a) Recopier et compléter les lignes en pointillé afin que l'algorithme renvoie l'année à partir de laquelle le déficit de cette multinationale sera ramené en dessous de 5 millions d'euros.

b) On suppose l'algorithme complété. Proposer une modification de l'algorithme afin que celui-ci affiche le montant du déficit de cette multinationale chaque année jusqu'à ce que celui-ci soit ramené au-dessous de 5 millions d'euros.

4. a) Calculer la somme des déficits sur onze ans à partir de l'année 2014 comprise, c'est-à-dire : $u_0 + u_1 + u_2 + \cdots + u_{10}$.

b) Construire un algorithme qui donne cette somme en sortie (en langage naturel).

<u>Exercice 3</u> : Les deux premières parties de cet exercice peuvent être traitées de manière indépendante.
Dans cet exercice, ln désigne la fonction logarithme népérien.



Partie A

On considère la fonction f définie sur $]0\,;\,+\infty[$ par :

$f(x) = ax + b\ln x + 1$ où a et b sont deux nombres réels.

C_f est la représentation graphique de la fonction f dans un repère orthonormé.
Les points A et E sont deux points de la courbe C_f.
Le point A a pour coordonnées (1 ; 2) et le point E a pour abscisse 4.
La tangente à C_f au point E est horizontale.

1. Déterminer $f(1)$ et $f'(4)$ où f' désigne la fonction dérivée de f.

2. Calculer $f'(x)$ puis exprimer $f'(4)$ en fonction de a et de b.

Partie B

Soit la fonction f définie sur $]0\,;\,+\infty[$ par : $f(x) = x - 4\ln(x) + 1$

1. Déterminer $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$ en justifiant la réponse. Donner une interprétation graphique du résultat.
2. Déterminer $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)$ en justifiant la réponse (on pourra factoriser l'expression de $f(x)$ par x).
3. Calculer la dérivée f' de f. En déduire le tableau de variation de f.

Partie C

Soit la fonction G définie sur $]0\,;\,+\infty[$ par : $G(x) = x\ln(x) - x$
1. Calculer la dérivée G' de G.
2. En déduire une primitive F de f donnée dans la partie B sur $]0\,;\,+\infty[$.

<u>Exercice 4</u> : Dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O\,;\,\vec{\imath},\,\vec{\jmath})$ on considère les points A (-1 ; 2) ; B (1 ; -3) et C (4 ; 4).
1. Calculer le produit scalaire $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$.
2. Calculer le produit scalaire $\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BC}$.
3. Calculer $\cos\left(\widehat{ABC}\right)$.
4. En déduire la nature du triangle ABC.