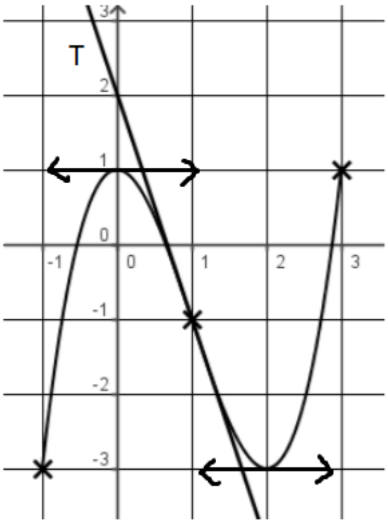
Note : ……………/20	**Corrigé du Contrôle n°1 – Sujet A** Sans calculatrice	Nom : …………………………… Classe : TSTI2D1

<u>Exercice 1</u> : (6 pts)

Soit f la fonction définie sur [-1 ; 3] de courbe représentative la courbe C_f ci-dessous.
T est la tangente au point d'abscisse 1



1. Par lecture graphique, déterminer :

a. $f(1)$ = -1 $\quad\quad$ $f'(1)$ = -3

b. $f(2)$ = -3 $\quad\quad$ $f'(2)$ = 0

2. Déterminer, <u>par le calcul</u>, l'équation de la tangente T au point d'abscisse 1

L'équation de la tangente est :

$$y = f'(1)(x-1) + f(1)$$

$$y = -3(x-1) - 1$$

$$y = -3x + 2$$

<u>Exercice 2 :</u> (8 pts)

Calculer la dérivée des fonctions suivantes en détaillant les calculs

1. $f(x) = 6x^4 - 2x^3 + \frac{7}{2}x^2 - \frac{8}{3}x + 5$

$$f'(x) = 6 \times 4x^3 - 2 \times 3x^2 + \frac{7}{2} \times 2x - \frac{8}{3}$$

$$f'(x) = 24x^3 - 6x^2 + 7x - \frac{8}{3}$$

2. $g(x) = \frac{5x-3}{2x+8}$

g est de la forme $\frac{u}{v}$ alors $g' = \frac{u'v-uv'}{v^2}$ avec $u(x) = 5x - 3$ et $v(x) = 2x + 8$ donc $u'(x) = 5$ et $v'(x) = 2$

$$g'(x) = \frac{5(2x+8) - (5x-3) \times 2}{(2x+8)^2} = \frac{46}{(2x+8)^2}$$

3. $h(x) = 6 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^5}$

$$h'(x) = -\frac{1}{x^2} + (-5) \times x^{-5-1} = -\frac{1}{x^2} - \frac{5}{x^6}$$

4. $i(x) = \frac{x\cos x}{\sin x}$

i est de la forme $\frac{u}{v}$ alors $i' = \frac{u'v-uv'}{v^2}$ avec $u(x) = x\cos x$ et $v(x) = \sin x$

donc $u'(x) = \cos x - x\sin x$ et $v'(x) = \cos x$

$$i'(x) = \frac{(\cos x - x\sin x)\sin x - (x\cos x)\cos x}{\sin^2 x} = \frac{\cos x \sin x - x\sin^2 x - x\cos^2 x}{\sin^2 x} = \frac{\cos x\sin x - x}{\sin^2 x}$$

Car $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$

Exercice 3 : (6 pts)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = -x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 6x + 7$

1) Calculer la dérivée de f sur $\mathbb{R}$

$$f'(x) = -3x^2 - 3x + 6$$

2) Soit la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = -3x^2 - 3x + 6$

   a. Déterminer les racines de g

On calcule le discriminant : $\Delta = b^2 - 4ac = (-3)^2 - 4 \times (-3) \times 6 = 9 + 72 = 81$
Comme le discriminant est positif, le polynôme admet deux racines :

$x_1 = \frac{3-\sqrt{81}}{2\times(-3)} = \frac{3-9}{-6} = 1$ et $x_1 = \frac{3+\sqrt{81}}{2\times(-3)} = \frac{3+9}{-6} = -2$

Les racines sont -2 et 1

   b. Etablir son tableau de signe

Comme a = -3 < 0 ; on obtient

x	$-\infty$		-2		1		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

3) Grâce à la question 2), dresser le tableau de variation de la fonction f

$$f(-2) = -(-2)^3 - \frac{3}{2} \times (-2)^2 + 6 \times (-2) + 7 = -3$$
$$f(1) = -1^3 - \frac{3}{2} \times 1^2 + 6 \times 1 + 7 = \frac{21}{2}$$

x	$-\infty$		-2		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$		↘	-3	↗	$10{,}5$	↘	