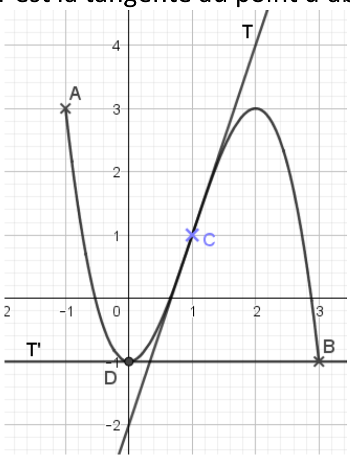
Septembre 2017

Note : ..../20	**Corrigé du contrôle n°1 – Sujet B** Sans calculatrice	Nom : .... Classe : TSTI2D1

<u>Exercice 1</u> : (6 pts)

Soit f la fonction définie sur [-1 ; 3] de courbe représentative la courbe C_f ci-dessous.
T est la tangente au point d'abscisse 1



1. Par lecture graphique, déterminer :

a. $f(1)$ = 1 $\quad f'(1) = 3$

b. $f(0)$ = -1 $\quad f'(0)$ = 0

2. Déterminer, <u>par le calcul</u>, l'équation de la tangente T au point d'abscisse 1

L'équation de la tangente est :

$$y = f'(1)(x-1) + f(1)$$

$$y = 3(x-1) + 1$$

$$y = 3x - 2$$

<u>Exercice 2 :</u> (8 pts)

Calculer la dérivée des fonctions suivantes en détaillant les calculs

1. $f(x) = -3x^4 + \frac{8}{3}x^3 - 4x^2 - \frac{9}{7}x + 2$

$$f'(x) = -3 \times 4x^3 + \frac{8}{3} \times 3x^2 - 4 \times 2x - \frac{9}{7}$$

$$f'(x) = -12x^3 + 8x^2 - 8x - \frac{9}{7}$$

2. $g(x) = \frac{4x-2}{3x+7}$

g est de la forme $\frac{u}{v}$ alors $g' = \frac{u'v-uv'}{v^2}$ avec $u(x) = 4x - 2$ et $v(x) = 3x + 7$ donc $u'(x) = 4$ et $v'(x) = 3$

$$g'(x) = \frac{4(3x+7) - (4x-2) \times 3}{(3x+7)^2} = \frac{34}{(3x+7)^2}$$

3. $h(x) = 8 + \frac{1}{x^3} + \frac{1}{x}$

$$h'(x) = -3 \times x^{-3-1} - \frac{1}{x^2} = -\frac{3}{x^4} - \frac{1}{x^2}$$

4. $i(x) = \frac{x\cos x}{\sin x}$

i est de la forme $\frac{u}{v}$ alors $i' = \frac{u'v-uv'}{v^2}$ avec $u(x) = x\cos x$ et $v(x) = \sin x$
donc $u'(x) = \cos x - x\sin x$ et $v'(x) = \cos x$

$$i'(x) = \frac{(\cos x - x\sin x)\sin x - (x\cos x)\cos x}{\sin^2 x} = \frac{\cos x \sin x - x\sin^2 x - x\cos^2 x}{\sin^2 x} = \frac{\cos x\sin x - x}{\sin^2 x}$$

Car $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$

Exercice 3 : (6 pts)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \frac{2}{3}x^3 - 2x^2 - 6x + 3$

1) Calculer la dérivée de f sur $\mathbb{R}$

$$f'(x) = \frac{2}{3} \times 3x^2 - 2 \times 2x - 6 = 2x^2 - 4x - 6$$

2) Soit la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = 2x^2 - 4x - 6$
   a. Déterminer les racines de g

On calcule le discriminant : $\Delta = b^2 - 4ac = (-4)^2 - 4 \times (-6) \times 2 = 16 + 48 = 64$
Comme le discriminant est positif, le polynôme admet deux racines :

$x_1 = \frac{4-\sqrt{64}}{2\times2} = \frac{4-8}{4} = -1$ et $x_1 = \frac{4+\sqrt{64}}{2\times2} = \frac{4+8}{4} = 3$

Les racines sont -1 et 3

   b. Etablir son tableau de signe

Comme a = 2 > 0, on obtient

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
$g(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

3) Grâce à la question 2), donner le tableau de variation de la fonction f

g est en fait la dérivée de f.

$$f(-1) = \frac{2}{3} \times (-1)^3 - 2 \times (-1)^2 - 6 \times (-1) + 3 = \frac{19}{3}$$
$$f(3) = \frac{2}{3} \times 3^3 - 2 \times 3^2 - 6 \times 3 + 3 = -15$$

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$		$\nearrow$	$\frac{19}{3}$	$\searrow$	-15	$\nearrow$	