

CHAPITRE 5 : FONCTIONS TRIGONOMETRIQUE

Propriété : parité

- Pour tout nombre x , $\cos(-x) = \cos(x)$, on dit que la fonction cosinus est paire.
- Pour tout nombre x , $\sin(-x) = -\sin(x)$, on dit que la fonction sinus est impaire

Limites

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1 \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - 1}{x} = 0$$

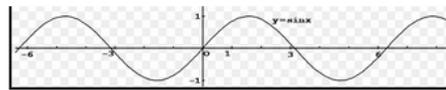
Etude de la fonction sinus

- La fonction sinus est continue sur \mathbb{R}
- La fonction sinus est dérivable sur \mathbb{R} , et $\sin'(x) = \cos(x)$

Tableau de variation :

x	$-\pi$	$-\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$	π
$\sin'(x)=\cos(x)$	-	0	+	0
$\sin(x)$	0	-1	1	0

Courbe représentative :

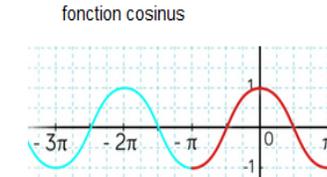
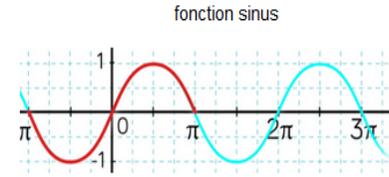


Propriété : périodicité

Pour tout réel x , $\cos(x+2\pi) = \cos(x)$; $\sin(x+2\pi) = \sin(x)$
On dit que les fonctions cosinus et sinus sont périodiques, de période 2π

Graphique : Pour tracer leurs courbes représentatives, il suffit de les tracer sur un intervalle d'amplitude 2π puis de compléter par translation de vecteur $2\pi\vec{i}$ ou $-2\pi\vec{i}$.

Exemples :



Remarques utiles :

- Quand $f(-x) = f(x)$ la fonction est paire et symétrique par rapport à l'axe des ordonnées.

- Quand $f(-x) = -f(x)$ la fonction est impaire et symétrique par rapport à l'origine.

- Quand $f(x+2\pi) = f(x)$ la fonction est périodique et son image est identique par translation de vecteur 2π

$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$

$\cos^2 x + \sin^2 x = 1$

$\cos u = \cos v \quad u = v + 2k\pi \quad u = -v + 2k\pi$

- factorisation de $f(x) : a(x-\alpha_1)(x-\alpha_2)$

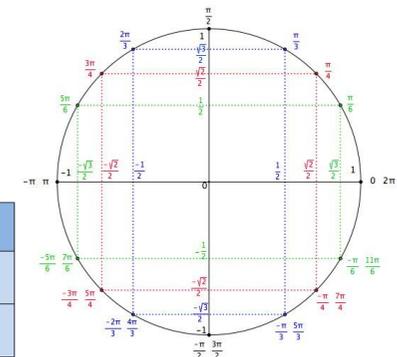
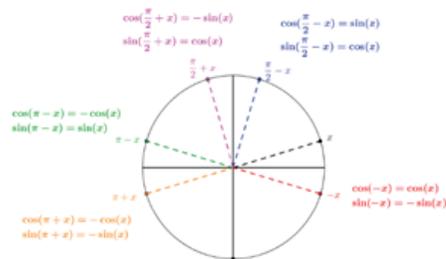
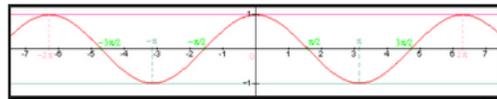
Etude de la fonction cosinus

- La fonction cosinus est continue sur \mathbb{R}
- La fonction cosinus est dérivable sur \mathbb{R} , et $\cos'(x) = -\sin(x)$

Tableau de variation :

x	$-\pi$	0	π
$\cos'(x)=-\sin(x)$	-	0	+
$\cos(x)$	-1	1	-1

Courbe représentative :



x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π
$\cos x$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1
$\sin x$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0