

Chapitre IV : continuité

Définition : continuité sur un intervalle

Dire qu'une fonction f est continue sur un intervalle I signifie que f est continue en tout point de I .

Propriétés

- Si f est dérivable en a alors f est continue en a
- Si f est dérivable sur I , alors f est continue sur I

Fonctions usuelles

La fonction valeur absolue est continue sur \mathbb{R} , $x \rightarrow |x|$.

Les fonctions polynômes sont continues sur \mathbb{R} , par exemple $x \rightarrow x^n$, avec n appartient à \mathbb{N} .

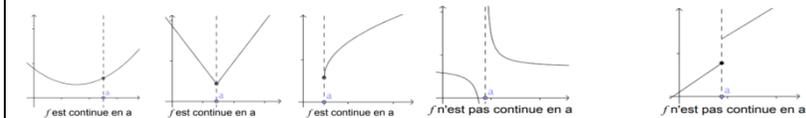
La fonction racine carrée est continue sur $[0 ; +[$, $x \rightarrow \sqrt{x}$

La fonction inverse est continue sur $]- ; 0[$ et sur $]0 ; +[$, $x \rightarrow \frac{1}{x}$

Définition : continuité en a

f est une fonction définie sur un intervalle I , a est un nombre appartenant à I .

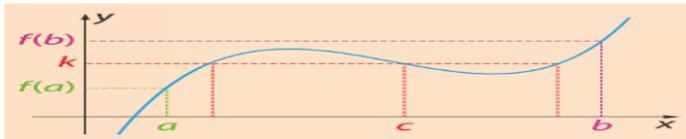
Dire que f est continue en a signifie que f a une limite finie en a et que $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$



Théorème des valeurs intermédiaires : TVI

Si f est une fonction définie et continue sur un intervalle $[a ; b]$ alors pour tout réel k compris entre $f(a)$ et $f(b)$, il existe au moins un réel compris entre a et b tel que $f(c) = k$.

En d'autres termes, l'équation $f(x) = k$ admet au moins une solution dans l'intervalle $[a ; b]$.



Corollaire

Si une fonction f est définie, continue et strictement monotone sur un intervalle $[a ; b]$ alors pour tout réel k compris entre $f(a)$ et $f(b)$ il existe un unique c dans l'intervalle $[a ; b]$ tel que $f(c) = k$

Autrement dit, l'équation $f(x) = k$ admet une unique solution dans l'intervalle $[a ; b]$.

