

<p>Fonction exponentielle Géométrie dans l'espace</p>	<p>Contrôle n°5 – 1h45min Avec calculatrice</p>	<p>Nom : Classe : TS2</p>
---	--	-------------------------------

Exercice 1 : 5 pts

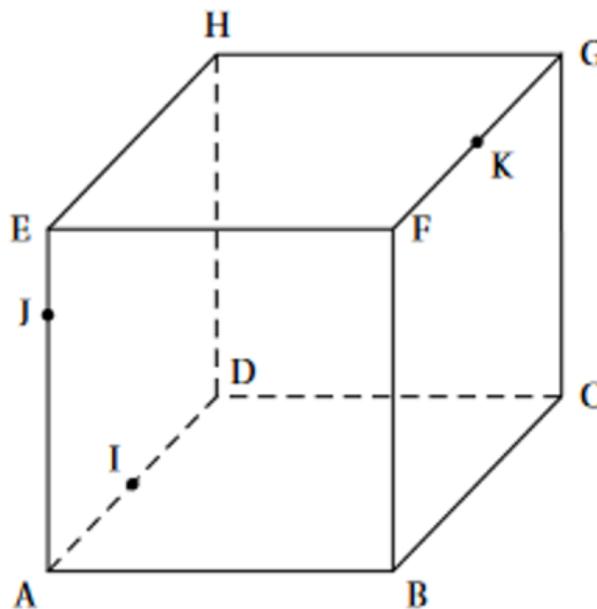
La figure ci-dessous représente un cube ABCDEFGH.

Les trois points I, J, K sont définis par les conditions suivantes :

- I est le milieu du segment [AD] ;
- J est tel que $\vec{AJ} = \frac{3}{4}\vec{AE}$;
- K est le milieu du segment [FG].

1. Sur la figure, construire le point d'intersection P du plan (IJK) et de la droite (EH). Justifier.
On laissera les traits de construction.

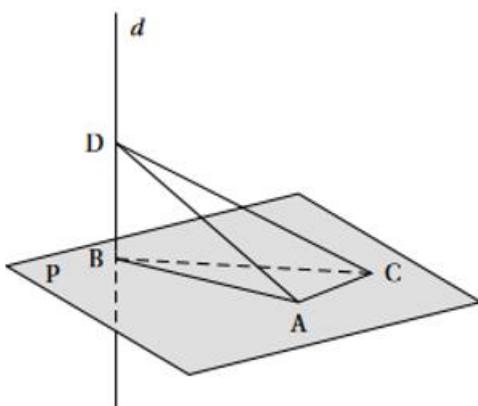
2. Tracer sur la figure ci-dessous, sans justifier, la section du cube par le plan (IJK).



Exercice 2 : 5 pts

Dans un plan P, on considère un triangle ABC rectangle en A.

Soit d la droite orthogonale au plan P passant par B. On considère un point D de cette droite distinct du point B.



1. Montrer que la droite (AC) est orthogonale au plan (BAD).

On appelle bicoïn un tétraèdre dont les quatre faces sont des triangles rectangles.

2. Montrer que le tétraèdre ABCD est un bicoïn.

3. Justifier que l'arête [CD] est la plus longue arête du bicoïn ABCD.

4. On note I le milieu de l'arête [CD]. Montrer que le point I est équidistant des 4 sommets du bicoïn ABCD.



Exercice 3 : 10 pts

La vasopressine est une hormone favorisant la réabsorption de l'eau par l'organisme. Le taux de vasopressine dans le sang est considéré normal s'il est inférieur à $2,5 \mu\text{g}/\text{mL}$. Cette hormone est sécrétée dès que le volume sanguin diminue. En particulier, il y a production de vasopressine suite à une hémorragie.

On utilisera dans la suite la modélisation suivante :

$$f(t) = 3te^{-\frac{1}{4}t} + 2 \quad \text{avec} \quad t \geq 0$$

où $f(t)$ représente le taux de vasopressine (en $\mu\text{g}/\text{mL}$) dans le sang en fonction du temps t (en minutes) écoulé après le début d'une hémorragie.

1. a) Quel est le taux de vasopressine dans le sang à l'instant $t = 0$?
b) Justifier que douze secondes après une hémorragie, le taux de vasopressine dans le sang n'est pas normal.
c) Déterminer la limite de la fonction f en $+\infty$. Interpréter ce résultat.
2. On admet que la fonction f est dérivable sur $[0 ; +\infty[$.

Vérifier que pour tout nombre réel t positif,

$$f'(t) = \frac{3}{4}(4 - t)e^{-\frac{1}{4}t}$$

3. a) Etudier le sens de variation de f sur $[0 ; +\infty[$ et dresser le tableau de variations de la fonction f en incluant la limite en $+\infty$.
b) A quel instant le taux de vasopressine est-il maximal ? Justifier.

Quel est alors ce taux ? On donnera une valeur approchée à 10^{-2} près.

4. a) Démontrer qu'il existe une unique valeur t_0 appartenant à $[0 ; 4]$ telle que $f(t_0) = 2,5$.
En donner une valeur approchée à 10^{-3} près.

On admet qu'il existe une unique valeur t_1 appartenant à $[4 ; +\infty[$ vérifiant $f(t_1) = 2,5$.

On donne une valeur approchée de t_1 à 10^{-3} près : $t_1 \approx 18,930$.

- b) Déterminer pendant combien de temps, chez une personne victime d'une hémorragie, le taux de vasopressine reste supérieur à $2,5 \mu\text{g}/\text{mL}$ dans le sang.