



Suites et récurrence Géométrie espace	Contrôle n°2 – 110 min (sur 20 pts) Avec calculatrice	Nom : Classe : TSpé
--	---	------------------------

Exercice 1 : (9 pts)

On étudie un groupe de 3 000 sportifs qui pratiquent soit l'athlétisme dans le club A, soit le basket ball dans le club B.

En 2023, le club A compte 1 700 membres et le club B en compte 1 300.

On décide de modéliser le nombre de membres du club A et du club B respectivement par deux suites (a_n) et (b_n) , où n désigne le rang de l'année à partir de 2023.

L'année 2023 correspond au rang 0. On a alors $a_0 = 1\,700$ et $b_0 = 1\,300$.

Pour notre étude, on fait les hypothèses suivantes :

- Durant l'étude, aucun sportif ne quitte le groupe ;
- Chaque année, 15% des sportifs du club A quittent ce club et adhèrent au club B ;
- Chaque année, 10% des sportifs du club B quittent ce club et adhèrent au club A.

1. Calculer les nombres de membres de chaque club en 2024.
2. Pour tout entier naturel n , déterminer une relation reliant a_n et b_n .
3. Montrer que la suite (a_n) vérifie la relation suivante pour tout entier naturel n :

$$a_{n+1} = 0,75a_n + 300$$

4. Démontrer par récurrence que pour tout entier naturel n , on a :

$$1\,200 \leq a_{n+1} \leq a_n \leq 1\,700$$

Quelles informations donnent ceci pour la suite (a_n) .

5. Soit (v_n) la suite définie pour tout entier naturel n par $v_n = a_n - 1\,200$.
 - a. Démontrer que la suite (v_n) est géométrique.
 - b. Exprimer v_n en fonction de n .
 - c. En déduire une expression de a_n en fonction de n .
6. Compléter le programme Python ci-dessous afin qu'il renvoie la liste des termes de la suite (a_n) de a_0 à a_{10} .

```
def suite():  
    n = .....  
    A = .....  
    print(...)  
    for i in range(...):  
        n = .....  
        A = .....  
        print(...)
```



Exercice 2 : (3 pts) *Sans repérage*

Soit ABCD un tétraèdre. Soient I et J les milieux respectifs des segments [AB] et [AC].

Soit E le point tel que $\overrightarrow{BE} = \frac{3}{2}\overrightarrow{BC}$ et soit F le point tel que $\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{DE}$.

- Faire une figure.
- Sans repère, montrer que $\overrightarrow{DF} - 2\overrightarrow{DI} = 3\overrightarrow{IJ}$
- En déduire que les points D, I, J et F sont coplanaires.

Exercice 3 : (4 pts) *Avec repérage*

ABCDEFGH est un cube. On se place dans le repère $(A ; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE})$

- Réaliser une figure avec $AB = 6$ cm et la compléter avec les points I, J, K tels que :
$$\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AD} ; \overrightarrow{AJ} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AE} ; \overrightarrow{AK} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AE}$$
 - Calculer les coordonnées des points I, J et K.
 - Déterminer les composantes des vecteurs $\overrightarrow{IJ}$ et $\overrightarrow{IK}$.
- Soit L est un point de l'arête [CD], de coordonnées $(\frac{1}{4} ; 1 ; 0)$.
Démontrer que le quadrilatère IKJL est un parallélogramme
- Démontrer que les droites (IJ) et (BH) sont sécantes
- Soit M le milieu de [GH]. La droite (MF) est-elle parallèle au plan (IJK) ?

Exercice 4 : (2 pts)

Vrai ou faux : Justifier votre réponse

« Si $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$ sont des vecteurs deux à deux non colinéaires alors ces vecteurs sont non coplanaires. »