

Etude fonctions	Contrôle de mathématiques n°4 – 105 min Avec calculatrice	Nom : Classe : TSpé
-----------------	---	------------------------

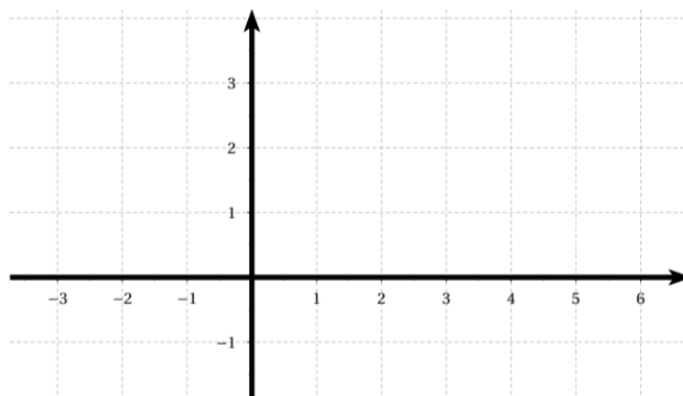
Exercice 1 : 4 pts

On considère une fonction f définie et dérivable sur $[-2 ; 6]$.

On donne le tableau de variation de la fonction dérivée f' .

x	-2	0	4	6
$f'(x)$	3	-1	3	-1

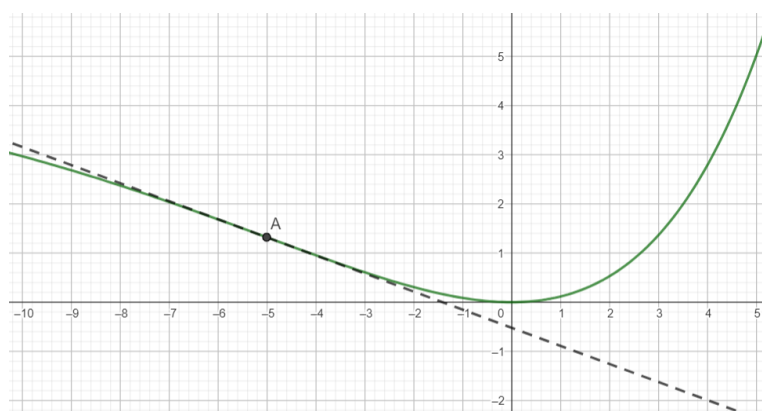
- Déterminer la convexité de la fonction f . Justifier la réponse.
- Sachant que $f(0) = 1$ et que $f(4) = 1$, tracer une courbe susceptible de représenter f dans le repère suivant :



Exercice 2 : 10 pts

Sur la figure ci-dessous sont représentés dans un repère orthogonal :

- La Courbe C_f représentative d'une fonction f définie sur l'intervalle $[-10 ; 5]$
- La tangente T à C_f au point A d'abscisse -5



Partie A : lecture graphique

- Donner une valeur approchée du coefficient directeur de la tangente T par lecture graphique.
- Déterminer l'intervalle sur lequel la fonction f semble convexe et sur lequel elle semble être concave.

Partie B : Par le calcul

La fonction f précédente, définie et dérivable sur $[-10 ; 5]$ a pour expression

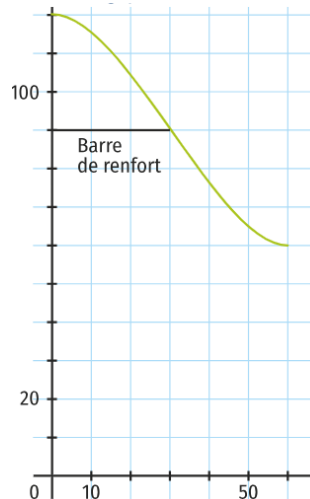
$$f(x) = (x - 5)e^{0,2x} + 5$$

3. On note f' la fonction dérivée de f sur l'intervalle $[-10 ; 5]$. Montrer que $f'(x) = 0,2xe^{0,2x}$
4. Dresser le tableau de variation de la fonction f sur l'intervalle $[-10 ; 5]$. Justifier les réponses.
5. Déterminer une équation de la tangente T à la courbe C_f au point A d'abscisse -5 .
Donner les valeurs exactes des coefficients.
6. On note f'' la dérivée seconde de f sur l'intervalle $[-10 ; 5]$. Calculer f'' .
7. Etudier la convexité de la fonction f sur l'intervalle $[-10 ; 5]$, sans oublier les éventuels points d'inflexion.

Exercice 3 : 6 pts

Une commune des Alpes demande à un ingénieur de modéliser le futur tremplin de saut à ski avec les contraintes suivantes :

- Les tangentes au départ du tremplin et à l'arrivée sont horizontales
- La fonction qui modélise le tremplin est définie sur $[0 ; 60]$ par $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$
Avec a, b, c, d des réels



1. Déterminer la fonction dérivée f' sur $[0 ; 60]$ en fonction de a, b, c et d .
2. Donner les valeurs numériques de $f'(0)$ et $f'(60)$.
3. Par lecture graphique, donner les valeurs numériques de $f(0)$ et $f(60)$.
4. Dédire des questions précédentes les valeurs de a, b, c et d . Donner l'expression de f .
5. Etudier la convexité de f sur $[0 ; 60]$.
6. Déterminer la longueur de la barre de renfort horizontale qui devra toucher le tremplin au point d'inflexion. A quelle hauteur devra-t-elle être placée ?