



Calcul algébrique	Corrigé du Contrôle n°5 SANS calculatrice – 50 min	Nom : Classe : Seconde 1
-------------------	--	-----------------------------

Cours : (2 pts) 5 min

1. Compléter les formules

- $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$
- $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$
- $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

2. Donner la définition d'une équation : **Une équation est une égalité dans laquelle intervient un nombre inconnu désigné souvent par une lettre.****Exercice 1 : (4 pts) 10 min** Développer et réduire les expressions suivantes

$$a) (11x - 5)^2 = (11x)^2 - 2 \times 11x \times 5 + 5^2 = 121x^2 - 110x + 25$$

$$b) (6x + 4)^2 + (3x - 9)(-x + 4) = 36x^2 + 48x + 16 - 3x^2 + 12x + 9x - 36 \\ = 33x^2 + 69x - 20$$

$$c) \frac{1}{4}x - \left(\frac{7}{3}x + 1\right)\left(\frac{2}{5}x - 3\right) = \frac{1}{4}x - \left(\frac{14}{15}x^2 - 7x + \frac{2}{5}x - 3\right) = -\frac{14}{15}x^2 + \frac{1}{4}x + 7x - \frac{2}{5}x + 3 \\ = -\frac{14}{15}x^2 + \frac{137}{20}x + 3$$

Exercice 3 : (6 pts) 10 min Factoriser au maximum les expressions suivantes

$$a) 21x^3 - 49x^2 = 7x^2 \times 3x - 7x^2 \times 7 = 7x^2(3x - 7)$$

$$b) 36x^2 - 25 = (6x)^2 - 5^2 = (6x - 5)(6x + 5)$$

$$c) (3x + 5)(4x - 7) - (3x + 5)(3x - 1) = (3x + 5)((4x - 7) - (3x - 1)) \\ = (3x + 5)(4x - 7 - 3x + 1) = (3x + 5)(x - 6)$$

$$d) 36 + 16x^2 - 52x \neq 6^2 + (4x)^2 - 2 \times 6 \times 4x \text{ donc ce n'est pas la 2}^{\text{e}} \text{ identité remarquable} \\ 36 + 16x^2 - 52x = 4 \times 9 + 4 \times 4x^2 - 4 \times 13x = 4(9 + 4x^2 - 13x)$$

$$e) 9x^2 - 6x + 1 + (3x - 1)(x + 6) = (3x - 1)^2 + (3x - 1)(x + 6) \\ = (3x - 1)((3x - 1) + (x + 6)) = (3x - 1)(4x + 5)$$



Exercice 4 : (6 pts) 10 min

Résoudre les équations suivantes et faire la vérification des équations a) et e) uniquement

a) $12x - 3 = 3x + 7$

On résout

$$12x - 3 = 3x + 7 \qquad 12x - 3x = 7 + 3 \qquad 9x = 10 \qquad x = \frac{10}{9}$$

L'ensemble des solutions est $S = \left\{ \frac{10}{9} \right\}$

Vérification :

- $12 \times \frac{10}{9} - 3 = \frac{40}{3} - \frac{9}{3} = \frac{31}{3}$

- $3 \times \frac{10}{9} + 7 = \frac{10}{3} + \frac{21}{3} = \frac{31}{3}$

Les résultats sont égaux, donc $\frac{10}{9}$ est bien la solution de l'équation.

b) $7x - 2 = 6 + 9(x + 3)$

On développe

$$7x - 2 = 6 + 9x + 27 \qquad \text{donc } 7x - 9x = 33 + 2 \qquad -2x = 35 \qquad x = \frac{35}{-2} = -17,5$$

L'ensemble des solutions est $S = \{-17,5\}$

c) $4(-2x + 7) = 5 - 8(x - 1)$

On développe

$$-8x + 28 = 5 - 8x + 8 \qquad \text{donc } 28 = 13$$

Cette égalité est fautive, donc l'équation n'a pas de solution, $S = \emptyset$

d) $(5x - 1)(-6x + 4) = 0$

C'est une équation-produit nulle. Un produit est nul si et seulement si l'un des facteurs est nul.

Soit $5x - 1 = 0$

$$5x = 1$$

$$x = \frac{1}{5}$$

Soit $-6x + 4 = 0$

$$-6x = -4$$

$$x = -\frac{4}{-6} = \frac{2}{3}$$

L'ensemble des solutions est : $S = \left\{ \frac{1}{5} ; \frac{2}{3} \right\}$

Vérifications :

Solution 1 : $\left(5 \times \frac{1}{5} - 1 \right) \left(-6 \times \frac{1}{5} + 4 \right) = 0 \times (\quad) = 0$

Solution 2 : $\left(5 \times \frac{2}{3} - 1 \right) \left(-6 \times \frac{2}{3} + 4 \right) = (\quad) \times \left(-\frac{12}{3} + 4 \right) = (\quad) \times 0 = 0$

e) $\frac{x-3}{2} + \frac{3-2x}{6} = \frac{2}{3}$

On résout :

$$\frac{x-3}{2} + \frac{3-2x}{6} = \frac{2}{3}$$

On met tout au même dénominateur, à savoir 6 :

$$\frac{3(x-3)}{6} + \frac{3-2x}{6} = \frac{4}{6}$$



On multiplie chaque membre par 6 :

$$3(x - 3) + 3 - 2x = 4$$

$$3x - 9 + 3 - 2x = 4$$

$$x - 6 = 4$$

$$x = 4 + 6 = 10$$

L'ensemble des solutions est $S = \{10\}$

Exercice 5 : (2 pts) 5 min Résoudre ce problème en utilisant une équation

Un commerçant veut écouler 100 chemises démodées. Il réussit à en vendre 43 au prix initial. Il consent alors un rabais de 1 € par chemise et en vend ainsi 17. Il liquide le reste à 1,5 € l'unité. Calculer le prix initial d'une chemise, sachant qu'il a encaissé en tout 1 243 € ?

On pose x le prix initial d'une chemise.

- Il en vend 43 au prix initial soit un prix de $43x$
- Il en vend 17 avec un rabais de 1€ soit un prix de $17(x - 1)$
- Il reste donc $100 - 43 - 17 = 40$ chemises, à un prix de $40 \times 1,5$

Ainsi il encaisse en tout :

$$43x + 17(x - 1) + 40 \times 1,5 = 1243$$

On résout cette équation :

$$43x + 17x - 17 + 60 = 1243$$

$$60x = 1243 - 60 + 17 = 1200$$

$$x = \frac{1200}{60} = 20$$

Le prix initial d'une chemise est de 20€.