Fonction logarithme népérien	**Contrôle de mathématiques n°4 – 1h** Avec calculatrice	Nom : Classe : TSpé

Exercice 1 : 10 pts

a) Résoudre l'équation : $\ln(x) - 2\ln(x-4) = -\ln(2)$

b) Exprimer en fonction de $\ln(2)$, $\ln(3)$ et $\ln(5)$

$$A = \ln(15) - 3\ln(8)\; B = ln\left(\frac{50}{3e}\right) + \ln(60)$$

c) Déterminer le plus petit entier naturel n tel que :

$$1 - \left(\frac{3}{4}\right)^n > 0{,}99$$

d) Calculer la dérivée des fonctions suivantes :

$$f(x) = ln(-6x^2 + 5x - 1) \qquad\qquad g(x) = \sqrt{\ln(1+x^2)}$$

Exercice 2 : 10 pts

On définit sur l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$ la fonction f par : $f(x) = \frac{1+\ln(x)}{x^2}$

1. Pourquoi f est-elle dérivable sur $]0\,;\,+\infty[$?
2. On note f' la fonction dérivée de la fonction f, démontrer que pour tout $x \in\,]0\,;\,+\infty[$

$$f'(x) = \frac{-1 - 2\ln(x)}{x^3}$$

3. Résoudre l'inéquation $-1 - 2\ln(x) > 0$ sur l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$.
4. En déduire le signe de $f'(x)$ et dresser le tableau de variations de la fonction f.
5. Démontrer que la courbe C a un unique point d'intersection avec l'axe des abscisses, dont on précisera les coordonnées.
6. En déduire le tableau de signes de la fonction f.
7. Montrer que la fonction F, définie sur $]0\,;\,+\infty[$, par $F(x) = \frac{-2-\ln(x)}{x}$ est une primitive de f.