Vendredi 20 décembre 2024

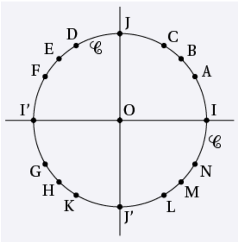
Note : ………/10	**Petit contrôle n°5 – sujet A** **Tronc commun : 0 pts - Spécialité : 15 pts**	Nom : Classe : TSTI2

1. Pour le nombre complexe $z = a + ib$

- a s'appelle : la partie réelle du nombre complexe
- b s'appelle : la partie imaginaire du nombre complexe
- Son conjugué est : $\bar{z}$ = $a - ib$
- Son module est : $|z|$ = $\sqrt{a^2+b^2}$

/1

2. Sur le cercle trigonométrique suivant, quelles sont les mesures correspondant aux points :



A : $\frac{\pi}{6}$ B : $\frac{\pi}{4}$ L : $-\frac{\pi}{3}$ ou $\frac{5\pi}{3}$ J : $\frac{\pi}{2}$

K : $\frac{4\pi}{3}$ E : $\frac{3\pi}{4}$ F : $\frac{5\pi}{6}$ I' : π

/2

3. Compléter :

$\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ $\cos\left(-\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ $\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) = -\frac{1}{2}$ $\cos\left(\frac{3\pi}{2}\right) = 0$

$\sin\left(\frac{3\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ $\sin\left(\frac{5\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}$ $\sin\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ $\sin\left(\frac{3\pi}{2}\right) = -1$

/2

4. Déterminer la forme trigonométrique des nombres complexes suivants :

a) $z = -1 - i\sqrt{3}$

Module : $|z| = \sqrt{(-1)^2 + (-\sqrt{3})^2} = \sqrt{1+3} = \sqrt{4} = 2$

Argument : $\cos\theta = -\frac{1}{2}$ et $\sin\theta = \frac{-\sqrt{3}}{2}$

donc $\theta = \frac{4\pi}{3}$

Forme trigonométrique :

$$z = 2\cos\left(\frac{4\pi}{3}\right) + 2i\sin\left(\frac{4\pi}{3}\right)$$

b) $z = 3$

Module : $|z| = \sqrt{3^2+0^2} = 3$

Argument : $\cos\theta = \frac{3}{3}$ et $\sin\theta = \frac{0}{3}$ donc $\theta = 0$

Forme trigonométrique : $z = 3\cos(0) + 3i\sin(0)$

/3

5. Donner la forme algébrique des nombres suivants :

a) $(6-7i) - (4i-8) = 6 - 7i - 4i + 8 = 14 - 11i$

b) $(-3+2i)(-6+8i) = 18 - 24i - 12i - 16 = 2 - 36i$

c) $\frac{5+2i}{3-4i} = \frac{(5+2i)(3+4i)}{(3-4i)(3+4i)} = \frac{15+20i+6i-8}{3^2+4^2} = \frac{7+26i}{25} = \frac{7}{25} + \frac{26}{25}i$

/2

6. Donner la forme exponentielle des nombres complexes :

a) $z = -5i$:

Module : $|z| = \sqrt{0^2+(-5)^2} = 5$

Argument : $\cos\theta = \frac{0}{5}$ et $\sin\theta = -\frac{5}{5} = -1$

donc $\theta = -\frac{\pi}{2}$

Forme exponentielle : $z = 5e^{-i\frac{\pi}{2}}$

a) $z = 3 + 3i$:

Module : $|z| = \sqrt{3^2+3^2} = \sqrt{18}$

Argument : $\cos\theta = \frac{3}{\sqrt{18}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ et $\sin\theta = \frac{3}{\sqrt{18}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

donc $\theta = \frac{\pi}{4}$

Forme exponentielle : $z = \sqrt{18}e^{i\frac{\pi}{4}}$

/2

7. Compléter :

$e^{i\theta+\theta'} = e^{i\theta} \times e^{i\theta'}$ $e^{in\theta} = \left(e^{i\theta}\right)^n$

/1

8. Donner la forme algébrique des nombres suivants :

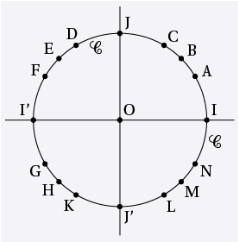
a) $z = 2e^{i\frac{\pi}{6}} = 2\left(\cos\left(\frac{\pi}{6}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{6}\right)\right) = 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} + 2i \times \frac{1}{2} = \sqrt{3} + i$

b) $z = \left(4e^{i\frac{\pi}{4}}\right) \times \left(e^{i\frac{3\pi}{4}}\right) = 4e^{i\left(\frac{\pi}{4}+\frac{3\pi}{4}\right)} = 4e^{i\pi} = 4(\cos\pi + i\sin\pi) = 4 \times (-1) = -4$

/2

Note : ………/10	**Petit contrôle n°5 – sujet B** **Tronc commun : 0 pts - Spécialité : 15 pts**	Nom : Classe : TSTI2

1. Sur le cercle trigonométrique suivant, quelles sont les mesures correspondant aux points : **/2**



N : $\frac{-\pi}{6}$ C : $\frac{\pi}{3}$ J : $\frac{\pi}{2}$ F : $\frac{5\pi}{6}$

M : $-\frac{\pi}{4}$ G : $\frac{4\pi}{3}$ I : 0 D : $\frac{2\pi}{3}$

2. Compléter : **/2**

$cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ $cos\left(\frac{5\pi}{6}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ $cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$ $cos\left(-\frac{\pi}{2}\right) = 0$

$sin\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ $sin\left(-\frac{\pi}{6}\right) = -\frac{1}{2}$ $sin\left(\frac{2\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ $sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$

3. Déterminer la forme trigonométrique des nombres complexes suivants : **/3**

a) $z = -1 - i$

Module : $|z| = \sqrt{(-1)^2 + (-1)^2} = \sqrt{2}$

Argument : $\cos\theta = -\frac{1}{\sqrt{2}} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ et

$\sin\theta = -\frac{1}{\sqrt{2}} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ donc $\theta = \frac{5\pi}{4}$

Forme trigonométrique :

$$z = \sqrt{2}cos\left(\frac{5\pi}{4}\right) + \sqrt{2}isin\left(\frac{5\pi}{4}\right)$$

b) $z = -2i$

Module : $|z| = \sqrt{0^2 + (-2)^2} = 2$

Argument : $\cos\theta = \frac{0}{2}$ et $\sin\theta = \frac{-2}{2} = -1$

donc $\theta = -\frac{\pi}{2}$

Forme trigonométrique :

$$z = 2cos\left(-\frac{\pi}{2}\right) + 2isin\left(-\frac{\pi}{2}\right)$$

4. Donner la forme algébrique des nombres suivants : **/2**

a) $(9i - 7) - (4 - 5i) = 9i - 7 - 4 + 5i = -11 + 14i$

b) $(-6 + 2i)(5 - 4i) = -30 + 24i + 10i + 8 = -22 + 34i$

c) $\frac{3-4i}{5+2i} = \frac{(3-4i)(5-2i)}{(5+2i)(5-2i)} = \frac{15-6i-20i-8}{5^2+2^2} = \frac{7-26i}{29} = \frac{7}{29} - \frac{26}{29}i$

5. Pour le nombre complexe $z = a + ib$ **/1**

- Formule du $cos\theta = \frac{a}{r}$
- Formule du $sin\theta = \frac{b}{r}$
- Son conjugué est : $\bar{z} = a - ib$
- Son module est : $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$

6. Donner la forme exponentielle des nombres complexes : **/2**

b) $z = 6$:

Module : $|z| = \sqrt{6^2 + 0^2} = 6$

Argument : $\cos\theta = \frac{6}{6} = 1$ et $\sin\theta = \frac{0}{6} = 0$

donc $\theta = 0$

Forme exponentielle : $z = 6e^{i0}$

b) $z = \sqrt{3} + i$:

Module : $|z| = \sqrt{\sqrt{3}^2 + 1^2} = \sqrt{4} = 2$

Argument : $\cos\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$ et $\sin\theta = \frac{1}{2}$ donc $\theta = \frac{\pi}{6}$

Forme exponentielle : $z = 2e^{i\frac{\pi}{6}}$

7. Compléter : **/1**

$e^{i\theta-\theta\prime} = \frac{e^{i\theta}}{e^{i\theta\prime}}$ $\left(e^{i\theta}\right)^n = e^{in\theta}$

8. Donner la forme algébrique des nombres suivants : **/2**

a) $z = 2e^{i\frac{\pi}{3}} = 2\left(cos\left(\frac{\pi}{3}\right) + isin\left(\frac{\pi}{3}\right)\right) = 2 \times \frac{1}{2} + 2i \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 1 + i\sqrt{3}$ b)

b) $z = \left(5e^{i\frac{\pi}{3}}\right) \times \left(e^{i\frac{2\pi}{3}}\right) = 5e^{i(\frac{\pi}{3}+\frac{2\pi}{3})} = 5e^{i\pi} = 5(cos\pi + isin\pi) = 5 \times (-1) = -5$