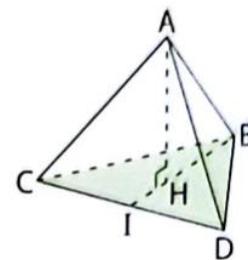


Orthogonalité dans l'espace	Contrôle de mathématiques n°6 – 1h Avec calculatrice	Nom : Classe : TSpé
--------------------------------	--	------------------------

Exercice 1 :

La Maladrerie Saint-Lazare, à Beauvais, accueille une sculpture formée de 693 pièces de zinc. On modélise cette œuvre par un tétraèdre régulier ABCD d'arête 1.



1. a) Calculer $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BD}$ et $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}$
 b) En déduire le produit scalaire $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{CD}$
 c) Que peut-on en déduire pour les droites (BA) et (CD) ?
2. H est le projeté orthogonal du point A sur le plan (BCD). I est le point d'intersection des droites (BH) et (CD).
 - a) En écrivant $\overrightarrow{BH} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AH}$, calculer $\overrightarrow{BH} \cdot \overrightarrow{CD}$.
 - b) Calculer les longueurs BI et AI.
 - c) Calculer le produit scalaire $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BI}$.
 - d) Ecrire $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BI}$ d'une autre façon pour en déduire la longueur BH.
3. En déduire la distance du point A au plan (BCD).


Exercice 2 :

ABCDEFGH est un cube de côté 1.

L'espace est rapporté au repère orthonormé $(A ; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE})$.

On considère le point I de coordonnées $(\frac{1}{3} ; \frac{1}{3} ; \frac{1}{3})$.

1. Donner, sans calcul, les coordonnées des points A, B, C, D, E, F, G et H.
2. Montrer que $\overrightarrow{DI} = \frac{1}{3}\overrightarrow{DB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{DE}$.
3. Montrer que I est le projeté orthogonal du point A sur le plan (BDE).
4. Montrer que le triangle BDE est équilatéral.
5. Montrer que l'aire du triangle BDE vaut $\frac{\sqrt{3}}{2}$.
6. Calculer le volume du tétraèdre ABDE.

