

ORTHOGONALITÉ ET DISTANCES DANS L'ESPACE

Le Produit Scalaire :

→ Dans le Plan et Dans l'Espace

Formule :

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = \|\vec{u}\| \times \|\vec{v}\| \times \cos\theta$$

Formule analytique dans un repère orthonormé :

- Dans le plan : $u(x, y)$ et $v(x', y')$ → $\vec{u} \cdot \vec{v} = xx' + yy'$
- Dans l'espace : $u(x, y, z)$ et $v(x', y', z')$ → $\vec{u} \cdot \vec{v} = xx' + yy' + zz'$

Propriétés :

→ Orthogonalité :

Deux vecteurs non nuls sont orthogonaux $\Leftrightarrow \vec{u} \cdot \vec{v} = 0$

→ Projeté orthogonal :

Soient $\vec{AB}$ et deux vecteurs du plan colinéaires non nuls.

- S'ils ont le même sens : $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = \vec{AB} \times \vec{AH}$
- S'ils sont de sens contraires : $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = -\vec{AB} \times \vec{AH}$

Orthogonalité dans l'Espace :

→ Entre droites et plans :

- Deux droites ou vecteurs sont orthogonaux si leurs droites respectives le sont.
- Une droite est orthogonale à un plan si elle est perpendiculaire à deux droites sécantes du plan.

→ Vecteur normal :

- Un vecteur non nul est normal à un plan s'il est directeur d'une droite orthogonale à ce plan.

Distances et Mesures :

→ Distance entre deux points $A(x_A, y_A, z_A)$ et $B(x_B, y_B, z_B)$:

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2}$$

→ Distance d'un point à un plan :

La distance du point A au plan P :

$$\text{dist}(A, P) = AH = |\vec{AM} \cdot \vec{n}| / \|\vec{n}\|$$