Géométrie analytique dans l’espace

- Equation cartésienne de plan

Dans un repère orthonormé, un plan P de vecteur normal $\vec{n}\ (a\ ;\ b\ ;\ c)$

a une équation de forme :

$$ax + by + cz + d = 0$$

$m(x_m\ ;\ y_m\ ;\ z_m)$ appartient à P ssi $ax_m + by_m + cz_m + d = 0$

- Position relative de 2 plans

2 plans $P1$ et $P2$ de vecteurs normaux respectifs $\overrightarrow{n_1}$ et $\overrightarrow{n_2}$ sont parallèles ssi $\overrightarrow{n_1}$ et $\overrightarrow{n_2}$ sont colinéaires.

2 plans $P1$ et $P2$ de vecteurs normaux respectifs $\overrightarrow{n_1}$ et n2 sont perpendiculaires ssi $\overrightarrow{n_1}$ et $\overrightarrow{n_2}$ sont orthogonaux.

- Représentation paramétrique d’une droite

Représentation paramétrique de la droite D passant par $\vec{a}(x_a\ ;y_a\ ;z_a)$ et de vecteur directeur $\vec{u}(a\ ;\ b\ ;\ c)$:

$$\begin{cases} x = at + x_A \\ y = bt + y_A \\ z = ct + z_A \end{cases}$$
où t est un réel

Un point $\vec{m}(x\ ;\ y\ ;\ z)$ appartient à D ssi il existe une réel t qui vérifie l’équation.

- Projeté orthogonal d’un point sur un plan ou sur une droite

SUR UNE DROITE :

Si (d) est une droite de représentation paramétrique :

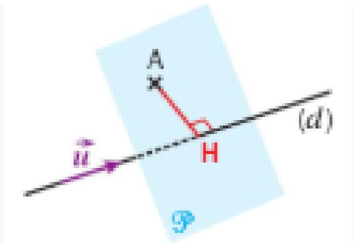
$$\begin{cases} x = x_0 + ta,\ t \in \mathbb{R} \\ y = y_0 + tb \\ z = z_0 + tc \end{cases}$$

Soit A un point et H $(x_h\ ;\ y_h\ ;\ z_h)$ le projeté orthogonal du point A sur la droite (d), alors :

Le plan P passant par A et orthogonal à la droite (d) a pour équation cartésienne : $ax + by + cz + d = 0$, $d \in \mathbb{R}$

Le triplet $(x_h\ ;\ y_h\ ;\ z_h)$ est **l'unique solution** vérifiant :

- La représentation paramétrique de (d)
- L’équation cartésienne de P



SUR UN PLAN :

Si P est un plan d'équation cartésienne : ax+by+cz+d=0 ; A

Soit A$(x_A\ ;\ y_A\ ;\ z_A)$ un point et H $(x_h\ ;\ y_h\ ;\ z_h)$ le projeté orthogonal du point A sur le plan P, alors :

La droite (d) passant par A et orthogonale au plan P à pour représentation paramétrique :

$$\begin{cases} x = x_A + ta \\ y = y_A + tb \\ z = z_A + tc \end{cases}$$

Le triplet $(x_h\ ;\ y_h\ ;\ z_h)$ est **l'unique solution** vérifiant :

- La représentation paramétrique de (d)
- L’équation cartésienne de P