

# Somme de variables aléatoires

## Rappel : définition VA :

Une variable aléatoire réelle  $X$  définie sur l'univers  $\Omega$  est une fonction définie sur  $\Omega$  à valeurs dans  $\mathbb{R}$ .  $X : \Omega \rightarrow \mathbb{R}, \omega \rightarrow X(\omega)$

## Définition : Somme de VA :

Soient  $X$  et  $Y$  deux VA définies sur  $\Omega$ . On peut définir une variable aléatoire  $Z$  telle que pour tout  $\omega \in \Omega$ ,  $Z(\omega) = X(\omega) + Y(\omega)$ . On note  $Z = X + Y$

## Loi de probabilité d'une somme de VA :

Soient  $X$  et  $Y$  deux variables aléatoires :

$$P(X + Y = k) = \sum_{i+j=k} P((X = i) \cap (Y = j))$$

Si de plus,  $X$  et  $Y$  sont indépendantes :

$$P(X + Y = k) = \sum_{i+j=k} P((X = i) \times P(Y = j))$$

## Linéarité de l'espérance :

$$E(X + Y) = E(X) + E(Y)$$

$$E(aX) = aE(X)$$

$$E(aX + Y) = aE(X) + E(Y)$$

## Théorème : Variance :

$$V(aX) = a^2V(X)$$

## Variance et VA indépendante

$$V(X + Y) = V(X) + V(Y)$$