Limites de suites

Convergence de suites monotones

- **Théorème de convergence d'une suite monotone:**

Une suite croissante et majorée converge.
Une suite décroissante et minorée converge.

- **Théorème de la majoration d'une suite convergente:**

Si (u) est croissante et converge vers L, alors un ≤ L; si (u) est décroissante et converge vers L, alors un≥ L.

Limites et comparaison

- **Théorème de comparaison:**

Si un ≤ vn et lim un = +∞, alors lim vn = +∞.
Si un≤ vn et lim vn = -∞, alors lim un = -∞

Limite finie d'une suite

- **Définition:**

Pour tout ε> 0, il existe un rang n_0 tel que pour tout n ≥ n0, lun - Ll < ε.

- **Notation:**

lim un = L ou un → L quand n → +∞.

- **Convergence:**

On dit que la suite converge vers L.

- **Divergence:**

Si une suite n'a pas de limite finie, elle diverge.

- **Limites de suites de référence:**

lim 1/n = 0
lim 1/n^k= 0 pour tout entier k ≥ 1.

- **Théorème des gendarmes:**

Si un ≤ vn ≤ wn pour n ≥ n0 et si lim un = lim wn = L, alors lim vn = L.

Limite d'une suite géométrique

- **Inégalité de Bernoulli:**

Pour a > 0 et tout entier n, (1 + a)^n≥ 1 + na.

- **Comportement de q^n:**

Si q > 1, lim q^n = +∞
Si q = 1, lim q^n= 1
Si -1 < q < 1, lim q^n = 0
Si q ≤ -1, la suite (q^n) n'a pas de limite

Théorème de convergence monotone

- **Théorème 1:**

Toute suite croissante et majorée est convergente.

- **Théorème 2:**

Toute suite décroissante et minorée est convergente.

Limite infinie d'une suite

- **Limite +∞:**

Pour tout réel A, il existe un rang N tel que pour tout n ≥ N, un > A.

- **Notation:**

lim u_n = +∞ quand n → +∞.

- **Limite -∞:**

Pour tout réel A, il existe un rang N tel que pour tout n ≥ N, un < A.

- **Notation:**

lim un = -∞ quand n → +∞.

- **Limites de suites de référence:**

lim n = +∞
lim n^2 = +∞
lim $\sqrt{n}$ = +∞

Opérations et limites

- **Formes indéterminées:**

Les cas +∞ -∞ , 0 ×∞, ∞/∞, et 0/0 ne permettent pas de conclure directement et nécessitent des techniques supplémentaires (comparaison, factorisation).