Suites et récurrence

Suite arithmétique	Suite géométrique
Forme récurrente : $u_{n+1} = u_n + R$	$u_{n+1} = q \times u_n$
Forme explicite : $u_n = u_0 + R \times n$ R = raison de la suite $u_n = u_1 + R \times (n+1)$	$u_n = u_0 \times q^n$ $u_n = u_1 \times q^{n-1}$ q = raison de la suite
Sommes particulières : $S_n = 1+2+\dots+n = \frac{n(n+1)}{2}$	Si $q \neq 1$: $S_n = 1+q+q^2+\dots+q^n = \frac{1-q^{n+1}}{1-q}$ Si $q = 1$: $S_n = 1+\dots+1 = n+1$
Sommes : S_n = nbre termes $\times \frac{T.I + T.F}{2}$	$S_n = T.I \times \frac{1-q^{\text{nbre termes}}}{1-q}$
Comment démontrer ? : On peut montrer que la différence $u_{n+1} - u_n$ ne dépend pas de n. Cette constante est la raison de la suite.	On peut montrer que : $u_{n+1} = q \times u_n$ Cette constante est la raison de la suite.

Raisonnement par récurrence :

① Prédicat : $P(n)$: propriété que l'on veut montrer

② Initialisation : Pour $n = 0$, on vérifie que $P(0)$ est vraie

③ Hérédité : On suppose que pour un entier k quelconque ($k \geq n_0$), la proposition P_k est vraie donc on démontre que P_{k+1} est vraie :
* Soit en utilisant directement P_k
* Soit en "construisant" P_{k+1}

④ Conclusion : Lorsque les 2 étapes ont été réalisées, on conclut que la proposition P_n est vraie pour tout entier n avec $n \geq n_0$

Comportement global d'une suite :

$u_n \leq u_{n+1}$ → suite croissante

$u_n \geq u_{n+1}$ → suite décroissante

$u_{n+1} = u_n$ → constante

Une suite est dite monotone si elle est soit (toujours) croissante ou décroissante.

$(\forall n \geq n_0)\ u_n \geq m$ → minorée

$(\forall n \geq n_0)\ u_n \geq M$ → majorée

$(\forall n \geq n_0)\ m \leq u_n \leq M$

bornée