

# CHAPITRE : EQUATIONS ET INEQUATIONS

## I. Définitions :

a) Egalité : Une égalité est une expression qui comporte le signe égal « = » comme

$$\underbrace{3(2+4)}_{\text{membre de gauche}} = \underbrace{18}_{\text{membre de droite}}$$

b) Equation : Une équation est une égalité dans laquelle intervient un nombre inconnu désigné souvent par la lettre  $x$ .

Exemple :  $2x+8=15$  est une équation

c) Solution d'une équation : C'est une valeur de l'inconnue qui vérifie l'égalité

Exemple : La solution de  $4x+3=-5$  est  $(-2)$  car  $4 \times (-2) + 3 = -8 + 3 = -5$

d) Inégalité : Une inégalité est une expression qui comporte le signe égal « < » ou « > » ou avec le petit égal comme

$$\underbrace{3(2+4)}_{\text{membre de gauche}} \leq \underbrace{18}_{\text{membre de droite}}$$

e) Inéquation : Une inéquation est une inégalité dans laquelle intervient un nombre inconnu désigné souvent par la lettre  $x$ .

Exemple :  $5x > 2x - 8$  est une inéquation

f) Solution d'une inéquation : C'est une valeur de l'inconnue qui vérifie l'inégalité

Exemple : 3 est solution de  $5x - 3 > 0$  car  $5 \times 3 - 3 = 15 - 3 = 12 > 0$

## II. Résolution d'une équation du 1<sup>er</sup> degré

a) Définition : Résoudre une équation c'est trouver toutes ses solutions.

b) Méthode : Soit à résoudre  $5x+9=-3x-2$

- On regroupe les termes en «  $x$  » à gauche :  $5x+9+3x=-3x-2+3x$
- On regroupe les nombres à droite :  $8x+9-9=-2-9$
- On isole «  $x$  » :  $8x=-11$
- la solution est :  $x=\frac{-11}{8}$

Vérification :  $5 \times \left(\frac{-11}{8}\right) + 9 = \frac{-55}{8} + \frac{72}{8} = \frac{17}{8}$  et  $-3 \times \left(\frac{-11}{8}\right) - 2 = \frac{33}{8} - \frac{16}{8} = \frac{17}{8}$

### III. Résolution d'une équation du 2<sup>e</sup> degré

#### a) Equations carrées du type $x^2 = a$

Si  $a < 0$  ; alors l'équation n'a pas de solution car un carré n'est jamais négatif

Si  $a = 0$ , l'équation  $x^2 = 0$  admet une solution : le nombre 0

Si  $a > 0$ , alors l'équation admet deux solutions  $-\sqrt{a}$  et  $\sqrt{a}$

Exemple :  $x^2 = 81$  admet deux solutions  $x = -\sqrt{81} = -9$  et  $x = \sqrt{81} = 9$

On note  $S = \{-9 ; 9\}$

#### b) Equations-produit du type $(ax+b)(cx+d)=0$

Propriété : Si  $A = 0$  ou si  $B = 0$  alors  $A \times B = 0$

Propriété réciproque : Si un produit est nul alors l'un des facteurs est nul

soit Si  $A \times B = 0$  alors  $A = 0$  ou  $B = 0$

Méthode : Soit à résoudre  $(3x+4)(x-8)=0$

- Ceci est une équation-produit,

- D'après la propriété réciproque Si un produit est nul alors l'un des facteurs est nul

-  $3x+4=0$  ou  $x-8=0$

-  $x = \frac{-4}{3}$  ou  $x=8$

- Les solutions sont :  $S = \left\{ \frac{-4}{3} ; 8 \right\}$

### IV. Inéquations

a) Résoudre une inéquation c'est trouver toutes les solutions de l'inéquation.

Attention il y en a toujours une infinité.

b) Inégalité et ordre : Soient a, b et c des nombres relatifs

1<sup>er</sup> cas : Si a est positif, les nombres a x b et a x c sont rangés dans l'ordre de b et c

si  $b < c$  alors  $ab < ac$

2<sup>ème</sup> cas : Si a est négatif, les nombres a x b et a x c sont rangés dans l'ordre contraire de b et c

si  $b < c$  alors  $ab > ac$

Exemple : on sait que  $3 < 7$  alors  $3 \times (-4) > 7 \times (-4)$

Remarque : la règle est la même pour les divisions.

c) Résolution d'une inéquation :

La méthode est la même que pour les équations, il faut juste faire attention que l'ordre s'inverse lorsqu'on multiplie ou divise par un nombre négatif.

Exemple : Résoudre l'inéquation  $-3y + 11 \leq 9$

$$-3y + 11 - 11 \leq 9 - 11$$

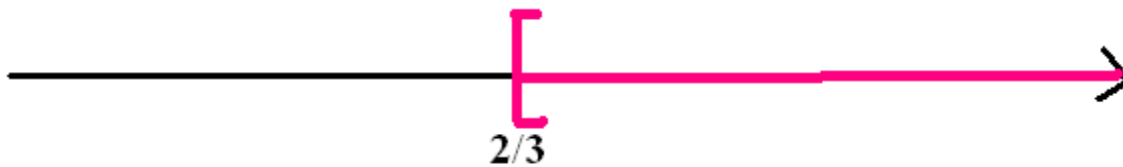
$$-3y \leq -2$$

On divise par -3 qui est négatif, l'inégalité change de sens

$$y \geq \frac{-2}{-3} \quad \text{ou} \quad y \geq \frac{2}{3}$$

Les solutions sont tous les nombres supérieurs à  $\frac{2}{3}$ .

On représente ces solutions sur une droite graduée



On repasse en couleur la partie de la droite qui est solution et on fait attention au sens du crochet.